



الصف الثامن

الاشكال ثنائية الابعاد



كل انذات الى صفوف الاساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

شرح مفصل
حل جميع اسئلة الوحدة
اوراق عمل
مدرسة سمر الثانوية للبنين
رافقت صافي

ANDROID APP ON
Google play



لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على هاتفك

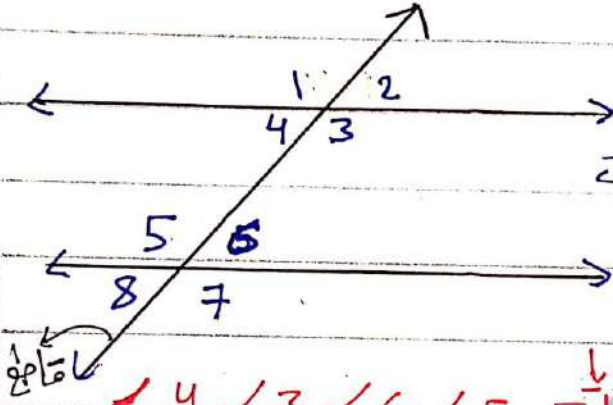
اثبات توازي المستقيمتين وتعامدهما

الدرس (1)

مقدمة :- «مراجعة صف ابع»

اذا قطع مستقيم مستقيمتين فيشكل مجموع من الزوايا كما يلي :-

* زاويتين متناظرتين



تقعان في نفس الجهة احدهما داخلية والاخرى خارجية وغير متبادلتين

« $\angle 3$ و $\angle 7$ » و « $\angle 4$ و $\angle 8$ »

« $\angle 1$ و $\angle 5$ » و « $\angle 2$ و $\angle 6$ »

زاوية داخلية $\angle 5$ و $\angle 6$ و $\angle 3$ و $\angle 4$
زاوية خارجية $\angle 7$ و $\angle 8$ و $\angle 1$ و $\angle 2$
نفس الجهة $\angle 7$ و $\angle 6$ و $\angle 3$ و $\angle 2$
نفس الجهة $\angle 8$ و $\angle 5$ و $\angle 4$ و $\angle 1$

* زاويتين متناظرتين داخلية

تقعان في جهتين مختلفتين

وتكون داخليتين «غير متبادلتين»

« $\angle 3$ و $\angle 5$ » و « $\angle 4$ و $\angle 6$ »

كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي على موقع دبني

* زاويتين متناظرتين خارجية

تقعان في جهتين مختلفتين

وتكون خارجيتين «غير متبادلتين»

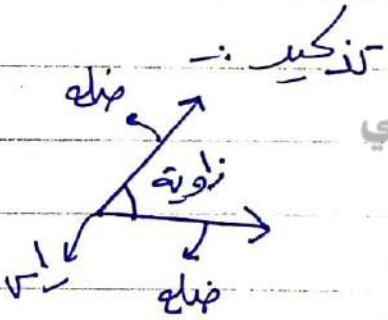
« $\angle 1$ و $\angle 7$ » و « $\angle 2$ و $\angle 8$ »

* زاويتين متتامتين

تقعان في نفس الجهة

وتكونا داخليتين «غير متبادلتين»

« $\angle 3$ و $\angle 6$ » و « $\angle 4$ و $\angle 5$ »



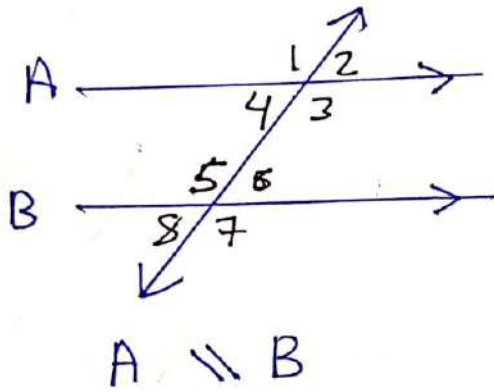
رسم الزاوية
حيث يكتب الزاوية
بجانب واحد وهو الرأس
أو بثلاث حروف او خطها
الرأس أو نضع خطها
عق

رأفتك راها صافي

نظريات المتوازيين وازواج الزوايا

مراجعة مفاهيم

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين في المستوى نفسه ، فإن :-



① كل زاويتين متناظرتين متطابقتان

$$\angle 3 \cong \angle 7 \text{ -----}$$

↓
يتطابقان

② كل زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً متطابقتان

$$\angle 3 \cong \angle 5 \text{ -----}$$

③ كل زاويتين مقابلتان تكون مجموع قياسهما 180° حصة :-

تقرأ :- قياس زاوية 4

تنويه

$$m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$$

$$m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$$

* نتعلم في هذا الدرس كيفية استعمال أزواج الزوايا الناجمة عن مستقيمين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه لا جئات توازيهما ، بحيث نثبت عن زوايا متناظرة أو متبادلة متساوية أو زوايا متتالفة مجموع قياسها 180° حصة تكون المتتالفتان متوازيان ((كل المسألة صحيحة))

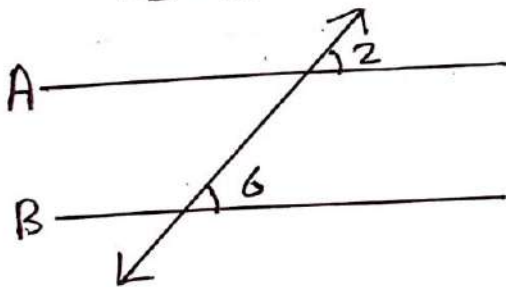
Google play

Download on the App Store



كل مسألة
الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمين ، وننتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان ، فإن المستقيمين متوازيان .



$$\angle 2 \cong \angle 6$$

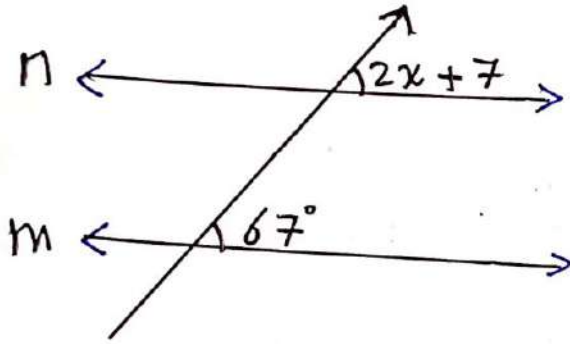
فإن $A \parallel B$

②

Watermarkly

مثال :- جد قيمة x في الشكل المجاور

التي تجعل $n \parallel m$



الحل :-

لكونهما مستقيمان متوازيين اذا كانت
الزاويتان المتناظرتان متطابقتان

$$2x + 7 = 67$$

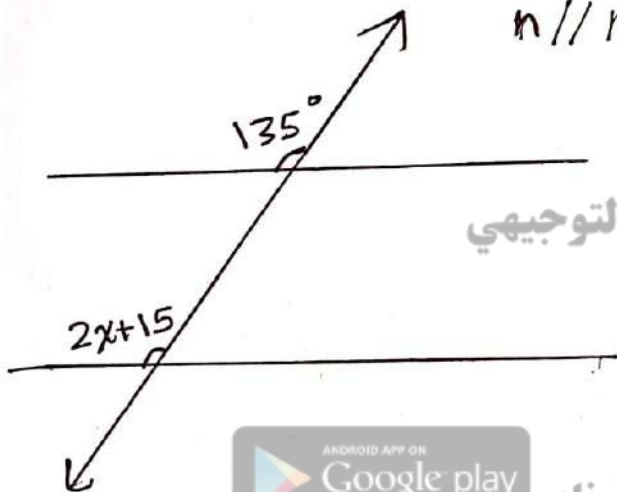
$$\begin{array}{r} -7 \\ -7 \end{array}$$

$$2x = 60$$

$$x = 30^\circ$$

جد قيمة x التي تجعل $n \parallel m$

الحققه من
فرضيه
هذا



الحل :- يكون $n \parallel m$ اذا كانت
الزاويتان المتناظرتان متطابقتان

$$2x + 15 = 135$$

$$\begin{array}{r} -15 \\ -15 \end{array}$$

$$2x = 120$$

$$x = 60$$



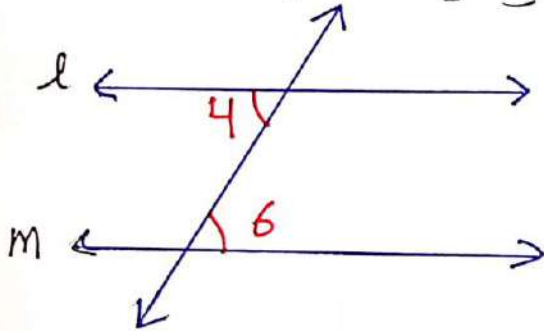
لا تنسى تحميل تطبيق دبيري على هاتفك

* يمكن ان تحدد ازواج الزوايا الناتجه عن مستقيمين يقطعهما
قاطع في المستوى نفسه ما اذا كان المستقيمان
متوازيين أم لا

* عكس نظرية الزوايا المتبادلتين داخلياً :

إذا قطع قاطع مستقيمتين ، ونسج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان فإن المستقيمتين متوازيتان

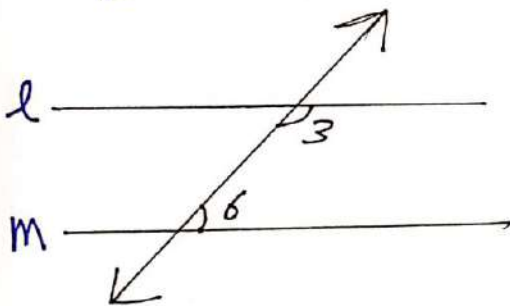
إذا كانت $\angle 4 = \angle 6$ فإن $l \parallel m$



* عكس نظرية الزاويتين المتكافئتين

إذا قطع قاطع مستقيمتين ، ونسج عن التقاطع زاويتان متكافئتان متجاورتان متقابلتان متوازيتان

إذا كانت : $m\angle 3 + m\angle 6 = 180$ فإن $l \parallel m$

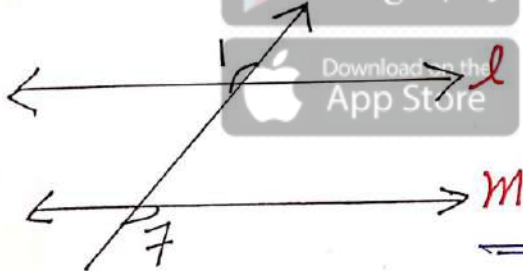


كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي

* عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً :

إذا قطع قاطع مستقيمتين ، ونسج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان فإن المستقيمتين متوازيتان

إذا كانت : $\angle 1 = \angle 7$ فإن $l \parallel m$



يمكن استعمال عكس ملحة الزاويتين المتناظرتين
لا ثبات النظريات السابقة.

متقابلتين بالأس
وقائرها
متساويتان



تذكير

مثال
استخدام مسلمة
الزوايا المتناظرة
في الشكل المجاور اذا كانت $\angle 4 \equiv \angle 5$ فاثبت
ان $g \parallel h$ باستعمال الخطط الرسمية

الحل :-

خطوة (1) :- $\angle 1 \equiv \angle 4$ (مقابل بالرأس)

خطوة (2) :-

$$\angle 4 \equiv \angle 5$$

(معطى)

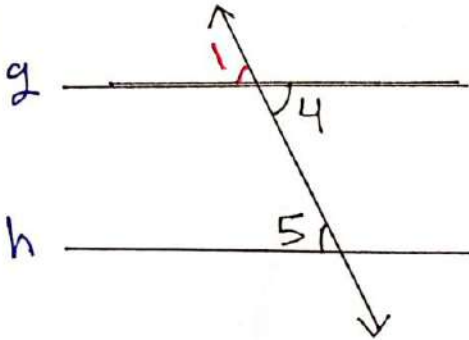
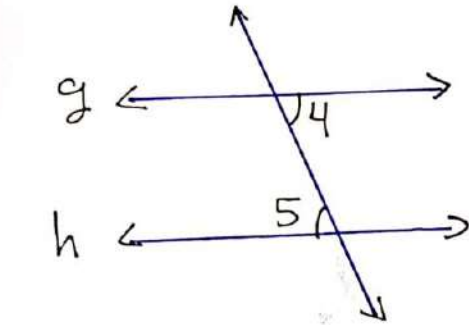
$$\angle 1 \equiv \angle 4$$

(مقابلتان بالرأس)

$$\angle 1 \equiv \angle 5 \rightarrow g \parallel h$$

نتيجة

تساوي
مسلمة
الزوايا
المتناظرة



في الشكل المجاور اذا كانت $\angle 1 \equiv \angle 7$ فاثبت ان $g \parallel h$
باستعمال الخطط الرسمية

التحقق من
مطلوب
73
ص

كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي

خطوة (1) :- $\angle 2 \equiv \angle 7$ (مقابل بالرأس)

خطوة (2) :-

$$\angle 1 \equiv \angle 7$$

(معطى)

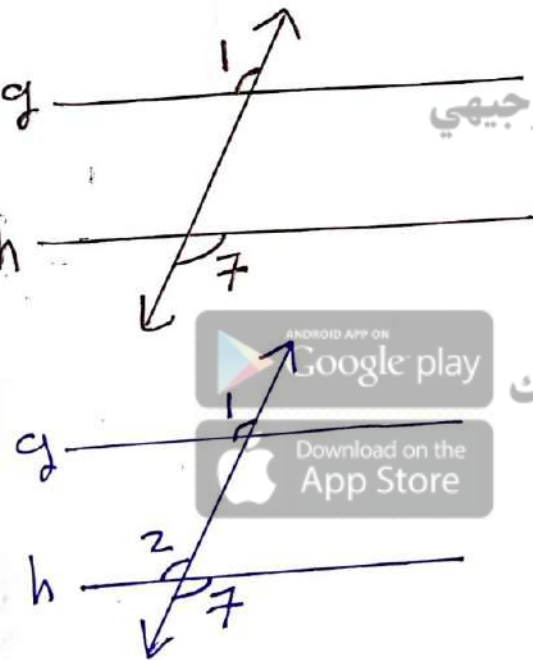
$$\angle 2 \equiv \angle 7$$

(مقابل بالرأس)

$$\angle 1 \equiv \angle 2 \rightarrow g \parallel h$$

(نتيجة)

تساوي
مسلمة
الزوايا
المتناظرة



لا تنسى تحمل تطبيق ددني على تلفونك

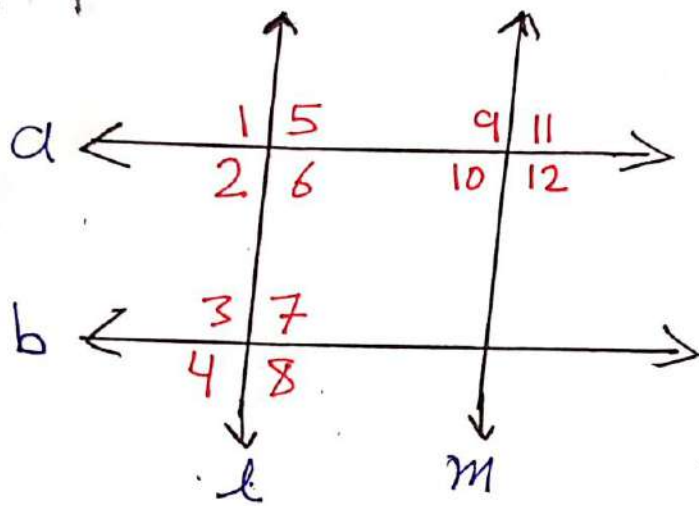
ملاحظة :- في المثالين السابقين نستطيع مباشرة اثبات

توازي المستقيمت وذلك بالاعتماد على ((تساوي
نظريات المتتبعين المتوازيين وازواج الزوايا))
حيث ان حدث تساوي لزاويتين متبادلتين أو متناظرتين
أو مجموع زاويتين متالفتان 180° مباشرة المتتبعان
متوازيين

(5)

Watermarkly

مثال



هل يمكن اثبات أن أيًا من مستقيمتي الشكل المجاور متوازيتين اعتماداً على المعطيات في كل حال؟

① $\angle 1 \cong \angle 8$

الحل: $\angle 1$ و $\angle 8$ متبادلتان خارجيتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $\angle 1 \cong \angle 8$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيتين

② $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$

الحل: $\angle 5$ و $\angle 9$ متعلقان بالنسبة للمستقيمتين m و l وبما أن $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$ فإن $m \parallel l$ بحسب نظرية الزاويتين المتعلقتين

③ $\angle 7 \cong \angle 2$

لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

التحقق من ظهورها



73
ص
الحل: $\angle 2$ و $\angle 7$ متبادلتان داخليتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $\angle 2 \cong \angle 7$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليتين

④ $\angle 6 \cong \angle 12$

الحل: $\angle 6$ و $\angle 12$ متناظرتان بالنسبة للمستقيمتين l و m وبما أن $\angle 6 \cong \angle 12$ فإن $l \parallel m$ بحسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

⑤ $m\angle 3 + m\angle 2 = 180$

الحل: $\angle 3$ و $\angle 2$ متعلقان بالنسبة للمستقيمتين b و a وبما أن $m\angle 3 + m\angle 2 = 180$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتعلقتين

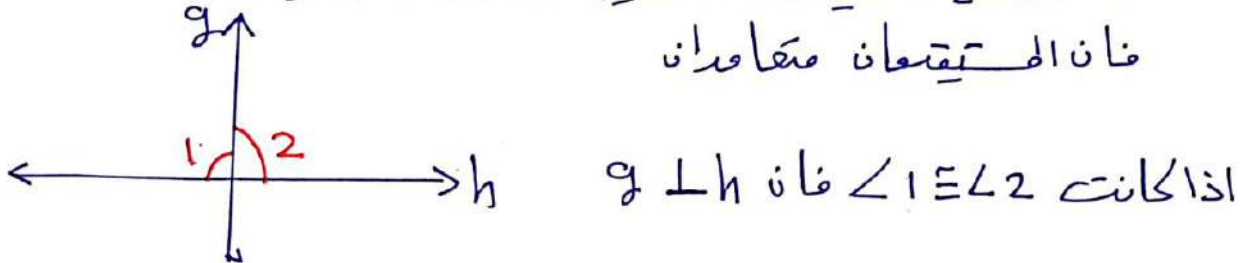
⑥

* في ما يأتي بعض النظريات المتعلقة بالمستقيقات المتقاطعة
إضافة الى نظريات خاصة تنبئ حين يكون قاطع المستقيمين
عمودياً عليهما

* نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين

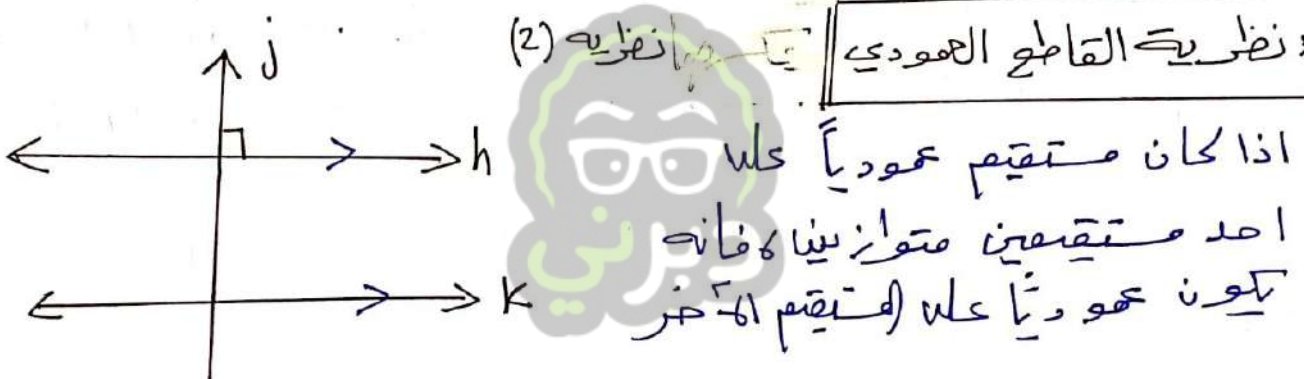
نظرية (1)

إذا تقاطع مستقيمان لتشكل زاويتين متجاورتين متطابقتين
فان المستقيمان متعامدان



* نظرية القاطع العمودي

نظرية (2)

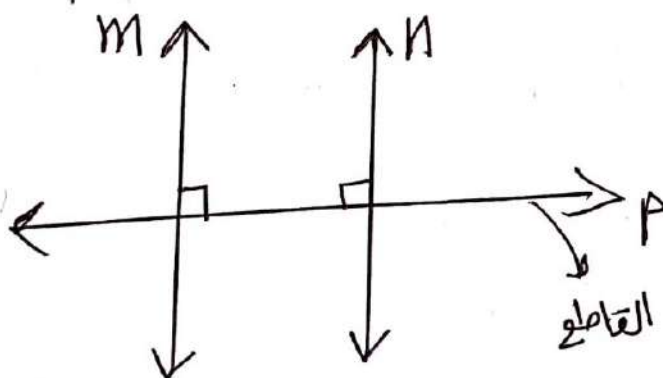


كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
إذا كان $h \parallel k$ و $h \perp j$ فان $k \perp j$

* نظرية القاطع العمودي

نظرية (3)

لا تنسى تحمل تطبيق دبوتي على تلفونك
إذا قطع قاطع مستقيمين وكان عمودياً على كل منهما فان
المستقيمين متوازيين

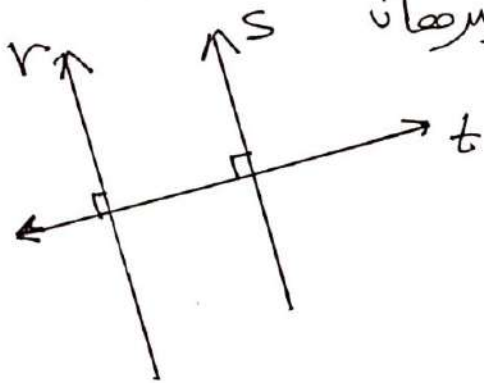


إذا كان $m \perp p$ و $n \perp p$
فان $m \parallel n$

استعمل المعلومات المعطاه في الشكل المجاور

لا تبث ان $r \parallel s$ باستعمال البرهان ذي العمودين

مثال
اثبات
النظرية
(3)



الحل :-

العبارات

$\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان

$\angle 1 \cong \angle 2$

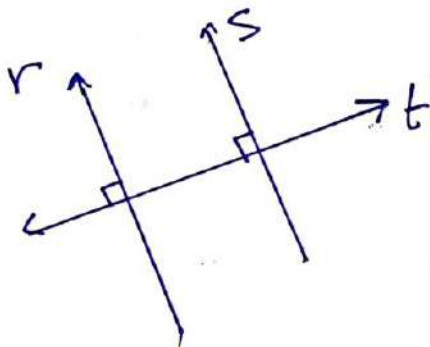
$r \parallel s$

المبررات

معطى

الدوائر القائمة
مقاطعة

تكملة الزاويتين
المتناظرتين



74

التحقق من
مفهوم

اثبات نظري
(2)

استعمل المعلومات المعطاه في الشكل المجاور

لا تبث ان $k \perp h$ باستعمال البرهان ذي العمودين



المبررات

معطى

معطى

$\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متناظرتان
تعريف التقاعد

العبارات

$h \perp k$

$\angle 1$ قائمة

$\angle 2$ قائمة

$k \perp h$

حل آخر

العبارات

$\angle 1 = 90$

$\angle 1 \cong \angle 2$

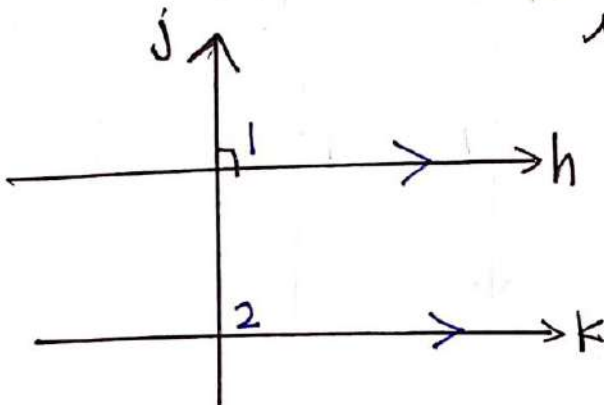
$k \perp h$

المبررات

$j \perp h$

$k \parallel h$

$\angle 2 = 90$



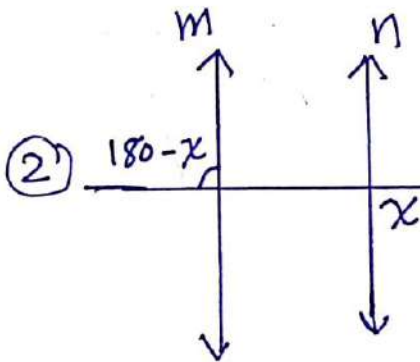
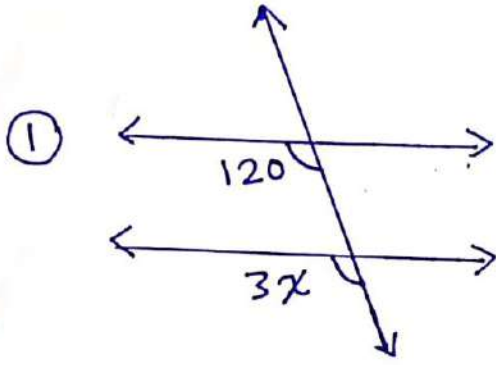
جد متيعة x التي تجعل
 $m \parallel n$ في كل ما يأتي :-

يكون المستقيمان $m \parallel n$
متوازيين اذا كانت الزاويتان
المتناظرتان متطابقتين :-

$$3x = 120 \text{ شكل معادلة}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{120}{3} \text{ حل المعادلة}$$

$$x = 40$$



يكون المستقيمان $m \parallel n$
متوازيين اذا كانت الزاويتان
المبتدللتان خارجياً متطابقتين

شكل معادلة $180-x = x$ كل هذا في الاساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

$$\frac{180}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x = 90^\circ$$

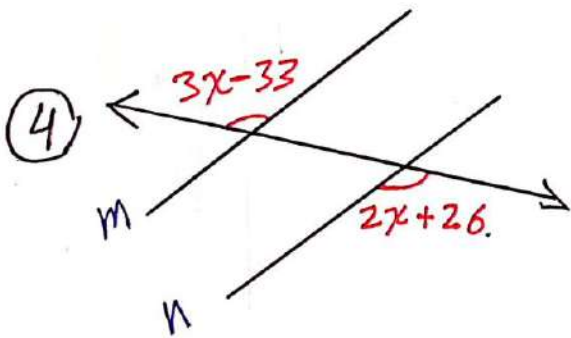


يكون المستقيمان $m \parallel n$ متوازيين
اذا كانت الزاويتان المبتدللتان داخلياً متطابقتين

$$3x = 2x + 20$$

$$-2x \quad -2x$$

$$x = 20$$



يكون المستقيمان $m \parallel n$ متوازيين
اذا كانت الزاويتان المبتدللتان خارجياً متطابقتين

$$3x - 33 = 2x + 26$$

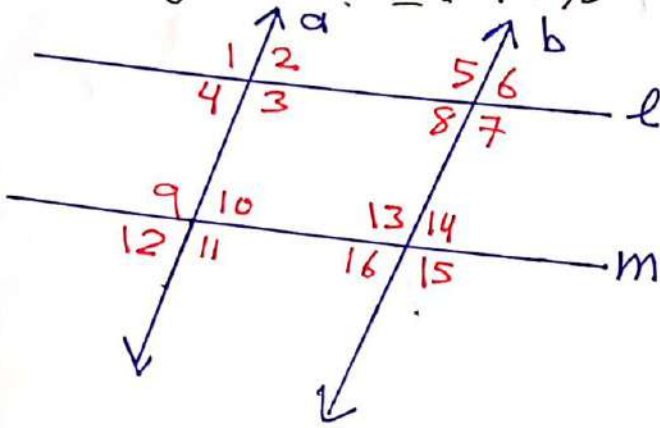
$$-2x \quad -2x$$

$$x - 33 = 26$$

$$+33 \quad +33$$

$$x = 59$$

هل يمكن اثبات ان أيا من مستقيمتي الشكل المجاور متوازيتان
احتقاداً على المعطيات في كل مما يأتي، ابرر اجابتي باستعمال
مسلة أو نظرية



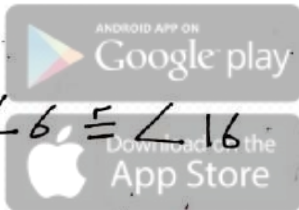
⑤ $\angle 2 \cong \angle 8$

الحل:-
 $\angle 2$ و $\angle 8$ متبادلتان داخلياً
بالنسبة للمستقيمتين a و b
وبما أن $\angle 8 = \angle 2$ فان
 $a \parallel b$

⑥ $\angle 9 \cong \angle 15$

الحل:-
 $\angle 9$ و $\angle 15$ متبادلتان خارجياً
بالنسبة للمستقيمتين a و b
وبما أن $\angle 9 \cong \angle 15$ فان
 $a \parallel b$

⑦ $\angle 6 \cong \angle 16$



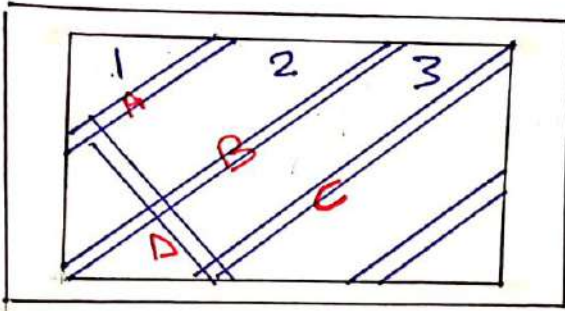
لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك

الحل:-
 $\angle 6$ و $\angle 16$ متبادلتان خارجياً
بالنسبة للمستقيمتين l و m
وبما أن $\angle 6 \cong \angle 16$ فان
 $m \parallel l$

⑧ $m\angle 10 + m\angle 13 = 180$

الحل:-
 $\angle 10$ و $\angle 13$ متالفتان بالنسبة
للمستقيمتين a و b وبما أن
 $m\angle 10 + m\angle 13 = 180$ فان
 $a \parallel b$

عريشاً حثبي :- صمم بخار عريشاً حثبياً خاصاً
بنمو النباتات المتسلقة لتكون
من قطع حثبية مرتبة بشكل قطري



٩) يحتاج البخار الى أن تكون القطع
الحثبية A و B و C متوازية
مكتيف بمقدار ذلك من خلال
ال 1 و 2 و 3

الحل :- الزوايا الهندسية متناظرة وعليه
يصمم العريش بحيث تكون صناديق
الزوايا 1 و 2 و 3 متوازية.

١٥) وصل البخار القطعة الحثبية D. بحيث تكون عمودية على
القطعة الحثبية A. وهل القطعة D عمودية على
القطعتين B و C علماً بأن البخار جعل القطع الحثبية
A و B و C متوازية
كل ملفات القنوات الأساسية والتوجيهي

الحل :- نعم ، لان المتقيم العمودي على مستقيم يكون
عمودياً على كل المستقيمت التي توازيه

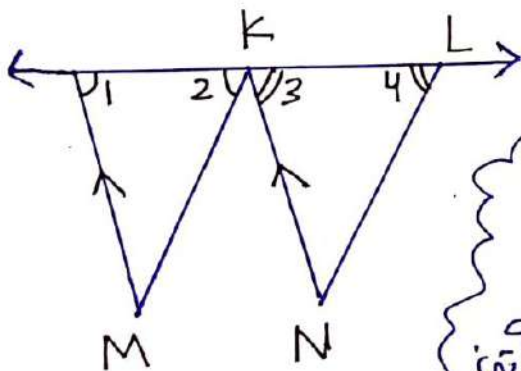


« نظرية القاطع العمودي »

١١) استعمل المعلومات المعطاه في الشكل الآتي ، لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك



استعمل البرهان ذي العمودين $\overline{KM} \parallel \overline{LN}$



فكرة الى
هو
البحث
عن
زاويتين
متناظرتين
متطابقتين

الحل :-
العبارة
المبررات

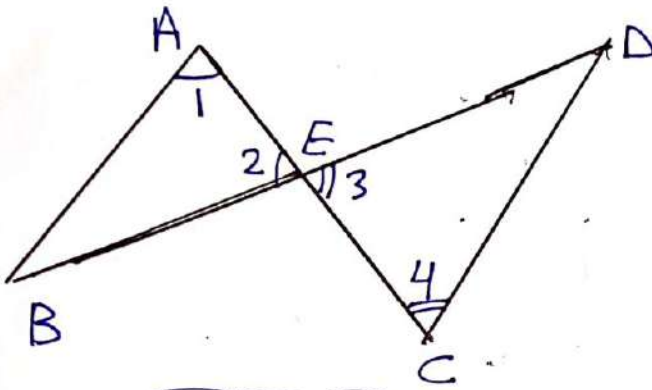
العبارة	المبررات
$\overline{KM} \parallel \overline{LN}$	معطى بالرسم
$\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$	معطى بالرسم
$\angle 1 \cong \angle 3$	زاويتان متناظرتان
$\angle 1 \cong \angle 1$	نتيجه
$\angle 2 \cong \angle 4$	نتيجه
$\overline{KM} \parallel \overline{LN}$	$\angle 2 \cong \angle 4$ متناظرتان

(12) في الشكل الآتي ، إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$

فأثبت أن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

باستعمال البرهان المجهول

الحل:



$$\angle 1 \cong \angle 2$$

معطى

$$\angle 3 \cong \angle 4$$

معطى

$$\angle 2 \cong \angle 3$$

تقابل بالرأس

$$\angle 1 \cong \angle 4 \rightarrow \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$$

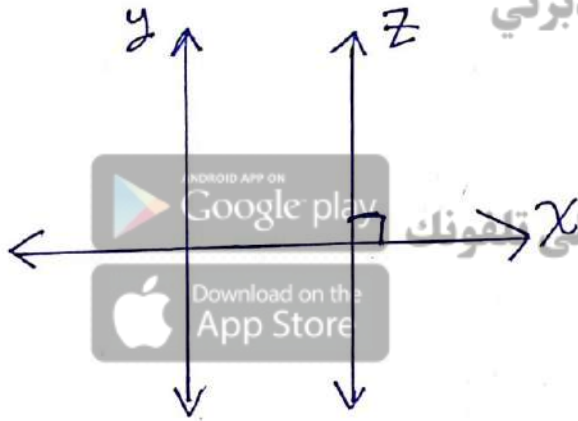
نتيجة
عكس
نظرية
الزوايا
المبتدئية
داخلياً

فكرة السؤال هو
البحث عن زاويتين
متبادلتين داخلياً
متطابقتين

(13) اكتشف الخطأ :- يقول زيد بما أن $x \perp z$ فإن $y \parallel z$ في

الشكل الآتي حسب نظرية عكس القاطع
العمودي ، اكتشف الخطأ في ما يقوله زيد

كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
على موقع دبرني



الحل :-

الخطأ لم يعط $x \perp y$

إذا أعطى هذا الشرط

تكون $y \parallel z$ فحسب

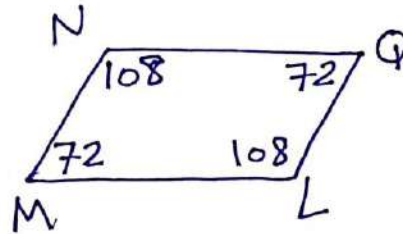
نظرية عكس القاطع

العمودي

تحدد: أعداد المستقيمتين المتوازيتين في الشكل الرباعي $QLMN$
في كل مما يأتي صبراً اجابتي :-

(14) $m\angle Q = 72^\circ$ و $m\angle L = 108$ و $m\angle M = 72$ و $m\angle N = 108$

نقوم بالترتيب
مع أو معك عقارب
الساعة



الحل :- رسم توضيحي فقط

$$m\angle N + m\angle M = 180$$

بما أن $\angle M$ و $\angle N$ متالفتان وعليه $\overline{NQ} \parallel \overline{ML}$

$$m\angle M + m\angle L = 180 \text{ وادياً}$$

وبما أن $\angle M$ و $\angle N$ متالفتان وعليه $\overline{QL} \parallel \overline{NM}$

كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي

على موقع دبرني

(15) $m\angle Q = 59^\circ$ و $m\angle L = 37$ و $m\angle M = 143$ و $m\angle N = 121$

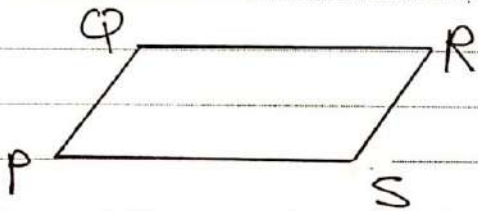


الحل :- رسم توضيحي لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك فقط

$$m\angle Q + m\angle N = 180$$

بما أن $\angle Q$ و $\angle N$ متالفتان فله
 $\overline{NM} \parallel \overline{QL}$

متوازي الاضلاع :- هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان ويمزله بالرمز $\square$



ففي $\square PQRS$ المبين جانباً جـ
التعريف :-

$$\overline{PQ} \parallel \overline{SR} \text{ و } \overline{QR} \parallel \overline{PS}$$

نظريات

* نظرية الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ، فان الاضلاع المتقابلة متطابقة . كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي

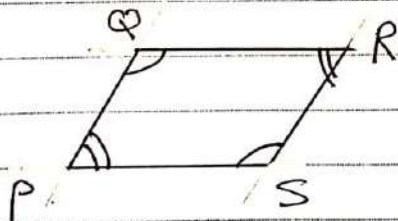


$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{QR} \cong \overline{PS}$$

* نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الاضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ، فان الزوايا المتقابلة متطابقة

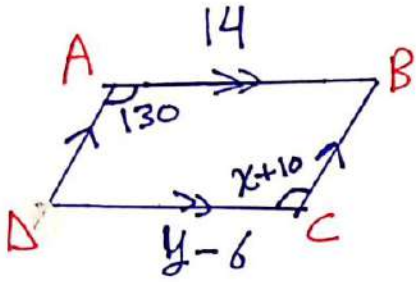


$$\angle P \cong \angle R$$

$$\angle Q \cong \angle S$$

جد قيمة x و y في الشكل المجاور :-

مثال



الحل :- كل ضلعين متقابلين متوازيين
فصلبه الشكل الرباعي متوازيًا أضلاع

كل ضلعين متقابلين متطابقين

$$y - 6 = 14 \quad \text{شكل معادلة}$$

$$\begin{array}{r} y - 6 = 14 \\ + 6 \quad + 6 \\ \hline y = 20 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

$$x + 10 = 130 \quad \text{شكل معادلة}$$

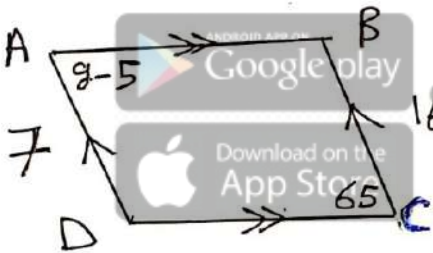
$$\begin{array}{r} x + 10 = 130 \\ - 10 \quad - 10 \\ \hline x = 120 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

$$x = 120$$

كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي

على موقع دبرني
جد قيمة كل من g و h في الشكل المجاور

الحقن من فلهي



لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على هاتفك

الحل :- الشكل متوازي أضلاع
لان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

* كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

* كل ضلعين متقابلين متطابقين

$$g - 5 = 65 \quad \text{شكل معادلة}$$

$$\begin{array}{r} g - 5 = 65 \\ + 5 \quad + 5 \\ \hline g = 70 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

$$g = 70$$

$$16 - h = 7 \quad \text{شكل معادلة}$$

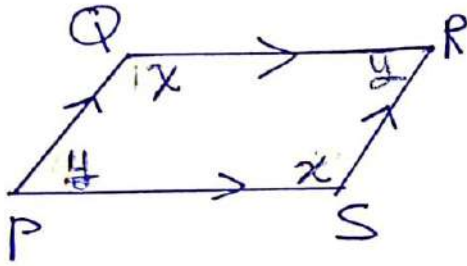
$$\begin{array}{r} 16 - h = 7 \\ - 16 \quad - 16 \\ \hline -h = -9 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

$$-h = -9$$

$$h = 9$$

* نظرية الزوايا المتخالفة في متوازي الاضلاع *

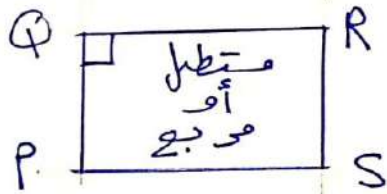
إذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ، فان كل زاويتين متخالفتين متكاملتان .



$$x + y = 180$$

* نظرية الزاوية القائمة في متوازي الاضلاع *

إذا كانت إحدى زوايا متوازي الاضلاع قائمة فان زواياه الأربعة قائمة .



إذا كانت $\angle P$ قائمة فان $\angle R$ و $\angle S$ و $\angle Q$ قائمة ايضاً

كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي في الشكل (مجاور) إذا كان $\angle MNP$ متوازي اضلاع فاجد $m\angle PLM$ و $m\angle LMN$

مثال

$$m\angle MNP = 66 + 42 = 108$$

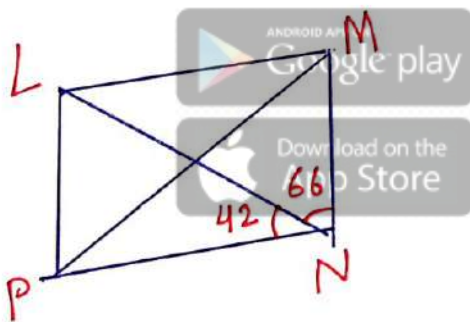
$$m\angle PLM = m\angle MNP = 108^\circ$$

$$m\angle MNP + m\angle LMN = 180$$

$$108 + m\angle LMN = 180$$

$$-108 \quad -108$$

$$m\angle LMN = 72$$

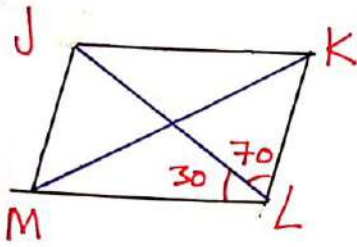


في الشكل المجاور، إذا كان JKLM
متوازي أضلاع، جد $m\angle JKL$ و $m\angle MJK$

الحققة من موهبة

80
ص

الحل :-



$$m\angle KLM = 70 + 30 = 100$$

بما أن الشكل متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متقابلتين متساويتين :-

$$m\angle MJK = m\angle KLM = 100$$

$$m\angle KLM + m\angle JKL = 180$$

$$\begin{array}{r} 100 + m\angle JKL = 180 \\ -100 \end{array}$$

$$m\angle JKL = 80$$

زاويتين متقابلتان
في متوازي أضلاع

أخيراً :- بين في الشكل المجاور جزءاً من مصباح مكتبك
شكل متوازي أضلاع، وتخير زواياه عند
رأسه وحققه. أجد $m\angle QRS$ إذا علمت
أن $m\angle PSR = 100$

ماثل من الحياة



$$m\angle QRS + m\angle PSR = 180$$

$$m\angle QRS + 100 = 180$$

$$\begin{array}{r} -100 \end{array}$$

$$m\angle QRS = 80$$

الحل :-

زاويتان متقابلتان
في متوازي أضلاع

افتراضاً أن مصباح المكتب عندك ليس

$$m\angle PSR = 86 \text{ جد } m\angle QRS$$

الحققة من موهبة

80
ص

$$m\angle PSR + m\angle QRS = 180$$

$$86 + m\angle QRS = 180$$

$$\begin{array}{r} -86 \end{array}$$

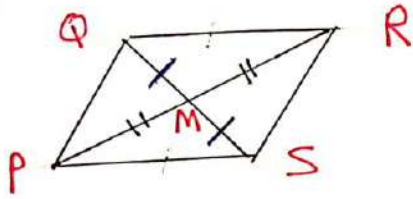
$$m\angle QRS = 94^\circ$$

زاويتان متقابلتان
في متوازي أضلاع

* نظرية قطري متوازي الاضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي الاضلاع
فان قطريه ينصف كل منهما الآخر

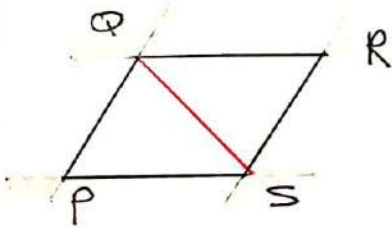
$$\overline{QM} \cong \overline{SM}, \overline{PM} \cong \overline{RM}$$



* نظرية قطر متوازي الاضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي الاضلاع
فان كل قطر يقسمه الى مثلثين متطابقين

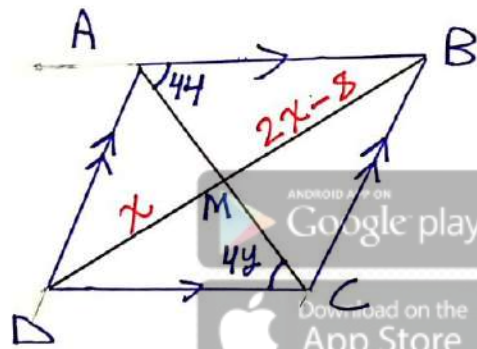
$$\triangle PQS \cong \triangle RSQ$$



اذا كان ABCD متوازي الاضلاع، فاحد ضلعه كل
من x و y الطول الاساسية والتوجيهي

مثال

الحل: - قطرا متوازي الاضلاع ينصف
كل منهما الآخر



$$\overline{DM} \cong \overline{BM}$$

$$x = 2x - 8$$

$$\begin{array}{r} -x \quad -x \\ 0 = x - 8 \\ +8 \quad +8 \end{array}$$

$$\boxed{x = 8}$$

قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين

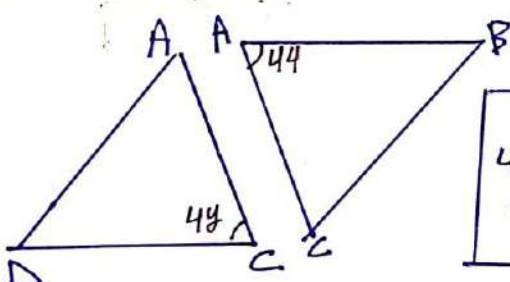
$$\triangle DAC \cong \triangle BCA$$

$$4y = 44$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{44}{4}$$

$$\boxed{y = 11}$$

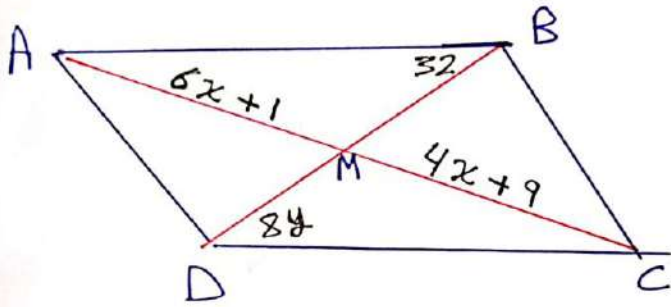
وجب
تصريف
التطابق
فان الزوايا
المتناظرة
متطابقة



حل آخر
 $4y = 44$
نقسم الطرفين
بـ 4

إذا كان ABCD متوازي أضلاع، فما جـ مقياس كل من x و y

الحقق من فهمي



الحل: - قطرا متوازي الاضلاع
ينصف كل منهما الآخر

$$\overline{AM} \cong \overline{MC}$$

$$6x + 1 = 4x + 9$$

$$-4x \quad -4x$$

$$2x + 1 = 9$$

$$-1 \quad -1$$

$$2x = 8$$

$$\boxed{x = 4}$$

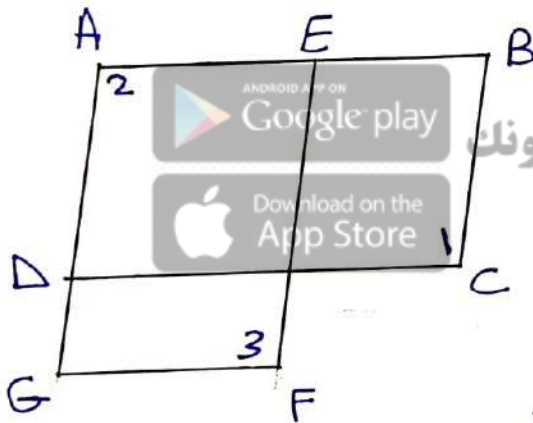
$$8y = 32$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{32}{8}$$

$$y = 4$$



* يمكن استعمال خصائص متوازي الاضلاع - البرهان علاقات في اشكال هندسية مركبة



مثال في الشكل أعلاه، إذا كان AEGF و ABCD متوازي أضلاع، فاستنتج أن $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال البرهان ذي القوتين

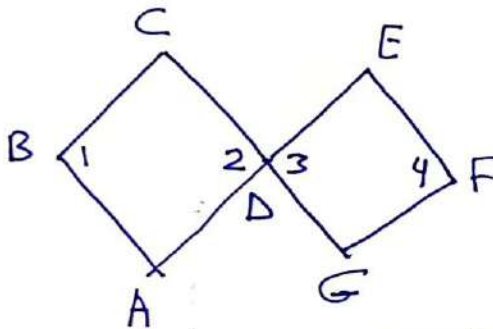
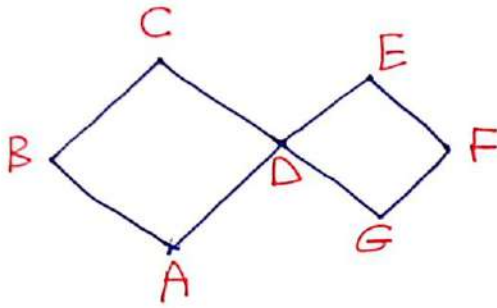
المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) ABCD و AEGF متوازي أضلاع
(2) الزوايا المتقابلة في متوازي الاضلاع متطابقة	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) الزوايا المتقابلة في متوازي الاضلاع متطابقة	(3) $\angle 2 \cong \angle 3$
(4) بما أن $\angle 1 \cong \angle 2$ $\angle 2 \cong \angle 3$	(4) $\angle 1 \cong \angle 3$

في الشكل المجاور اذا كان ABCD و GDEF متوازي أضلاع، أثبت ان $\angle B = \angle F$ باستعمال البرهان الهودي

الحقبة من فهمنا

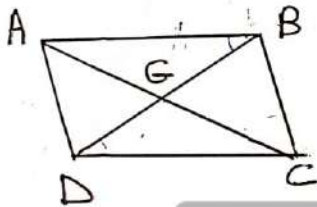
82

الحل:-



المبررات	المبررات
(1) معطى	(1) ABCD و GDEF متوازيين أضلاع
زوايا متقابلة في متوازيين أضلاع متطابقة	(2) $\angle 1 = \angle 2$
زوايا متقابلة في متوازيين أضلاع متطابقة	(3) $\angle 3 = \angle 4$
تقابل بالراس	(4) $\angle 2 = \angle 3$
$\angle 1 = \angle 2$ و $\angle 2 = \angle 3$ و $\angle 3 = \angle 4$	(5) $\angle 1 = \angle 4$

الحل كل جملة مما يأتي في ما يتعلم د ABCD مبرراً اجابتي



كل ملفات الهندسة الاساسية والتوضيح على موقع دبرني

(1) $\angle DAB = \angle BCD$
« كل زاويتين متقابلتين متطابقتين »

(2) $\angle ABD = \angle CDB$

« قطر متوازيين الاضلاع يقسمه الى ضلعتين متطابقتين »

(3) $AB \parallel DC$
« كل ضلعين متقابلين متوازيين »

(4) $BC \parallel AD$

« كل ضلعين متقابلين متوازيين »

(5) $\triangle ABD \cong \triangle GDB$

« قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقتين »

(6) $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

« قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقتين »

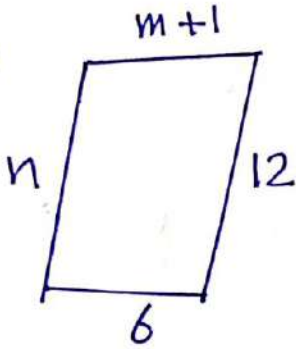
(7)

Watermarkly

جد متعة كل متغير في كل من متوازيات الاضلاع المتساوية:

الحل: كل ضلعين متقابلين متساويين

7

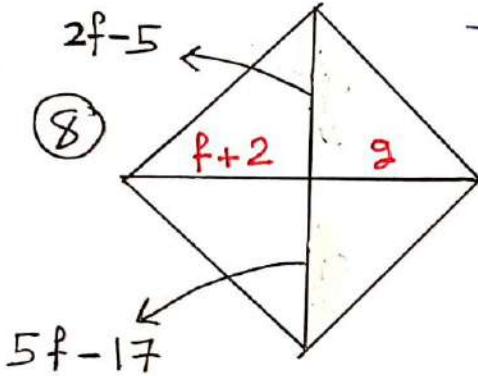


$$\begin{array}{r} m+1 = 6 \\ -1 \quad -1 \end{array}$$

$$\boxed{m = 5}$$

$$\boxed{n = 12}$$

8



الحل: قطرا متوازي الاضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$\begin{array}{r} 5f-17 = 2f-5 \\ -2f \quad -2f \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3f-17 = -5 \\ +17 \quad +17 \end{array}$$

$$\frac{3f}{3} = \frac{12}{3}$$

$$\boxed{f = 4}$$

كل ضلعين متقابلين متساويين
عوضا $f=4$ $f+2=g$
 $4+2=g$
 $g=6$

9



كل ضلعين متقابلين متساويين

لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك

$$\begin{array}{r} 4t-20 = 3t \\ -3t \quad -3t \end{array}$$

$$\begin{array}{r} t-20 = 0 \\ +20 \quad +20 \end{array}$$

$$\boxed{t = 20}$$

$$t=20 \text{ عوضا } 3s = 6t$$

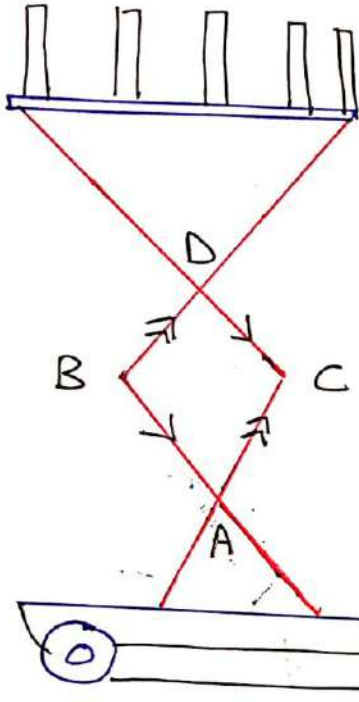
$$3s = 6 \times 20$$

$$\frac{3s}{3} = \frac{120}{3}$$

$$\boxed{s = 40}$$

8

إففة :- استعمل الشكل المجاور الذي يسف إففة المقصو
للإجابة عن المسئلة الآتية :-



⑩ إذا كان $m\angle A = 120$ فأجد $m\angle B$

الحل :-

$$m\angle A + m\angle B = 180$$

$$120 + m\angle B = 180$$

$$\begin{array}{r} -120 \end{array}$$

$$m\angle B = 60$$

متالفتان في
متوازيات متوازيات

⑪ إذا قل $m\angle A$ فما تأثير ذلك
في $m\angle B$

الحل :- قياسا زاميا B تزيد
تغير تبعا مجموعهما 180°

⑫ إذا قل $m\angle A$ فما تأثير ذلك في طول $\overline{AD}$

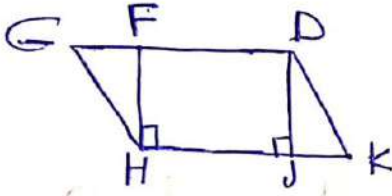
الحل :- يجب يد
كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

⑬ إذا قل $m\angle A$ فما تأثير ذلك في ارتفاع إففة

الحل :- لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك



(14) في الشكل الآتي ، إذا كان $GDKH$ متوازي أضلاع ، فاستعمل المعلومات المعطاة على الشكل ، أثبت أن :-
 $\triangle DJK \cong \triangle HFG$ بالبرهان ذي العهودين



البرهان :-

المعطيات

① $\overline{GH} \cong \overline{DK}$

② $\angle K \cong \angle G$

③ $\angle DJK \cong \angle HFG$
زاويتان قائمتان

④ $\triangle DJK \cong \triangle HFG$

المبررات

ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع

زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع

$\angle HFG$ و $\angle DJK$ معطيان
تخالف الزاوية القائمة $\angle FHD$
في متوازي الأضلاع

④ AAS

تذكير حالات تطابق المثلثات

① تطابق 3 أضلاع - (SSS)

② تطابق ضلعان وزاوية بينهما (SAS)

③ تطابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية (HL)

④ تطابق زاويتان وضلع بينهما (ASA)

⑤ تطابق زاويتان وضلع غير محصور بينهما (AAS)



(15) في الشكل الآتي ، إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع ، $\overline{AK} \cong \overline{MC}$ فاثبت أن $\angle BCD \cong \angle CMD$ بالبرهان ذي العهودين

المعطيات

① $\triangle AKM$ ضلعين

② $\angle A \cong \angle BCD$

③ $\angle A \cong \angle CMD$

④ $\angle BCD \cong \angle CMD$

المبررات

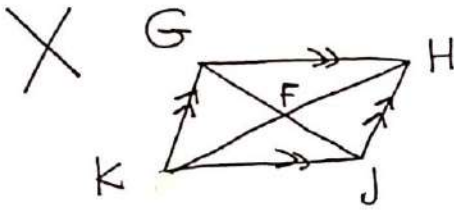
① $\overline{AK} \cong \overline{MC}$ معطيان

② زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع

③ زاويتان قائمة في مثلث متطابق الضلعين

④ نتيجة

(16) الكتف الخطأ :- انظر الحل الآتي ، والكتف الخطأ الوارد فيه واحدة :-



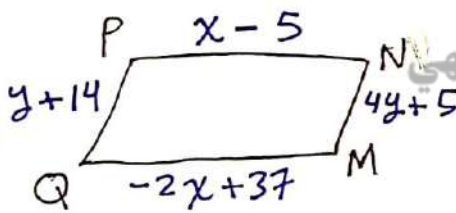
بما أن $GHIJ$ متوازي
اضلاع ، فان $\overline{GF} \cong \overline{FH}$

الاصواب

الحل (الموجود يفترض أن قطري متوازي الاضلاع متطابقان هذا ليس من خصائصها متوازي الاضلاع .
التصحیح :- $\overline{GF} \cong \overline{JF}$

(17) تبریر :- تحمل المقادير الجبرية ادناه أطوال اضلاع $\square MNPQ$ ، جد محيط متوازي الاضلاع . مبشراً اجابتي

$$MQ = -2x + 37 \quad QP = y + 14 \quad NP = x - 5 \quad MN = 4y + 5$$



الحل :-

رسم توضيحي

كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي على موقع دبرني

كل ضلعين متقابلين متطابقين :-

$$4y + 5 = y + 14$$

$$\begin{array}{r} -y \\ 4y + 5 = y + 14 \\ -y \quad -y \\ \hline 3y + 5 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5 \\ 3y + 5 = 14 \\ -5 \quad -5 \\ \hline 3y = 9 \end{array}$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{9}{3}$$

$$y = 3$$

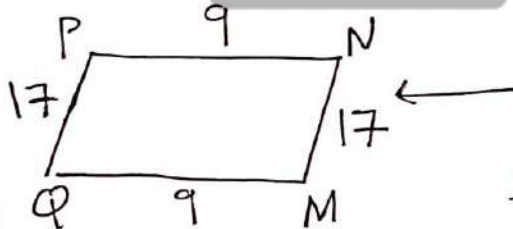
$$\begin{array}{r} x - 5 = -2x + 37 \\ +2x \quad +2x \\ \hline 3x - 5 = 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x - 5 = 37 \\ +5 \quad +5 \\ \hline 3x = 42 \end{array}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$

نعوضا قيم x و y عن اضلاع المتوازي



محيط المتوازي :-

$$C = 2 \times 9 + 2 \times 17$$

$$C = 18 + 34$$

$$= 52$$

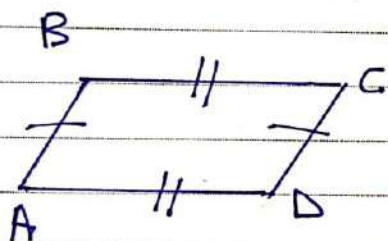
(11)

تمييز متوازي الأضلاع

تعلمت في الدرس السابق نظريات حول خصائصها متوازي الأضلاع.
وسأتعلم في هذا الدرس عكس هذه النظريات، بحيث يمكن تحديد
ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي الأضلاع أم لا إذا كانت أضلاعه
وزواياه واقطاره لها خصائص معينة.

مفهوم أساسي * عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع *

إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين في الشكل الرباعي، فإن
الشكل الرباعي متوازي الأضلاع.



إذا كان $\overline{AB} \equiv \overline{DC}$ و $\overline{BC} \equiv \overline{AD}$ فإن
ABCD متوازي الأضلاع.

* عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع *

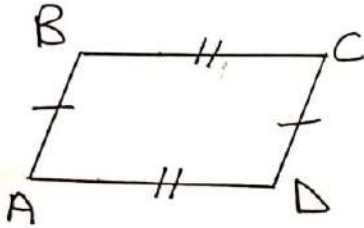
إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتان في الشكل الرباعي
فإن الشكل الرباعي متوازي الأضلاع.



إذا كان $\angle A = \angle C$ و $\angle B = \angle D$ فإن
الشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

برهان النظريه « تكافؤ نظريه المتقابله في متوازي اضلاع »

في الشكل المجاور، اذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ،
فثبت ان $ABCD$ متوازي اضلاع باستعمال البرهان
ذكي العودين



اخطى للبرهان باثبات الخطوات الآتية

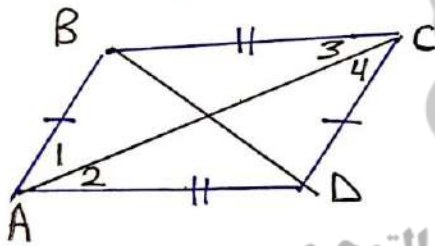
خطوة (1): ارسم القطر $\overline{AC}$ لينتج $\triangle ABC$ و $\triangle CDA$

خطوة (2): استعمل حالة تطابق مثلثين ثلثي اضلاع

اضلاع (SSS) لاثبت ان

$$\triangle ABC \cong \triangle CDA$$

خطوة (3): استعمل الزوايا المتبادلة داخلياً، لاثبت ان الاضلاع
المتقابله متوازيه



كل ملل الصفوف الاساسية والتوجيهي
على موقع دبرني



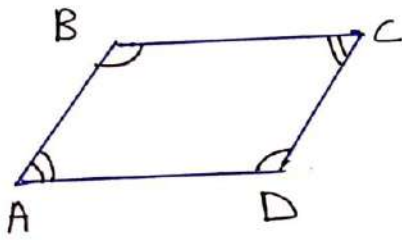
المبررات	العبارات
1) معطى	1) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
2) ضلع مشترك	2) $\overline{AC}$
3) SSS	3) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
4) زوايا متبادلة خارجيه في مثلثين متطابقين	4) $\angle 1 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 2$
5) تكافؤ نظريه الزوايا المتبادله لاثبت داخلياً	5) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$
6) تعريف متوازي اضلاع	6) $ABCD$ متوازي اضلاع

في الشكل المجاور، إذا كان $\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$ فاثبت ان ABCD متوازي اضلاع.

التحفة من
فرهنا

85

صا



الحل:-

$$\begin{aligned} \angle A &\cong \angle C \\ \angle B &\cong \angle D \end{aligned}$$

اثبات تكس
نظرية
الزوايا
المتقابلة
متوازي اضلاع

نكن مجموع زوايا الشكل الرباعي 360

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360$$



$$2m\angle A + 2m\angle B = 360 \quad \text{نقسم على 2}$$

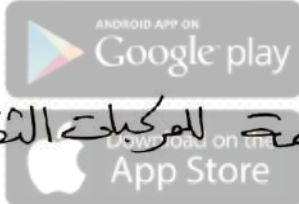
$$m\angle A + m\angle B = 180$$

وعليه $\angle A$ و $\angle B$ متعلقان ومجموع قياسهما 180

وحسب تكس نظرية التالف فان $BC \parallel AD$

وبالمثل نتبع نفس الطريقة حيث نستدل $m\angle C + m\angle D = 180$

ما يستدل $m\angle B + m\angle D = 180$ ونستدل $\angle C$ و $\angle D$ متعلقان ومجموع قياسهما 180 وحسب تكس نظرية التالف فان $AB \parallel CD$ وعليه الشكل الرباعي متوازي اضلاع.

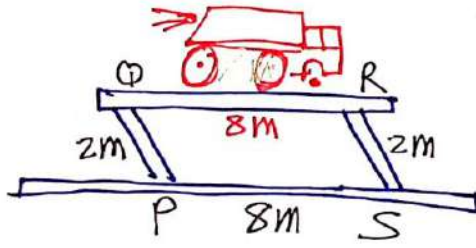


سائل من الحياة

لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

رافعه :- بيض الشكل المجاور رافعة للمركبات الثقيلة

مثال



1 هل الشكل الرباعي PRSP متوازي اضلاع

الحل:- بما أن كل ضلعين متقابلين

في الشكل الرباعي PRSP

متوازيان، فانه متوازي

اضلاع

3

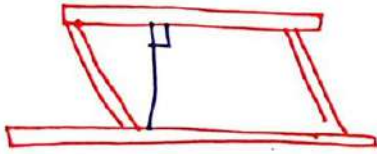
Watermarkly

② هل الشاحنة موازية للأرض؟ ابر اجابتي

الحل :- بما أن $QRSP$ متوازي أضلاع، فإن $QR \parallel PS$
وبما أن QR يمثل المنصة التي تقف عليها
الشاحنة، و PS يقع على الأرض، فإن الشاحنة
موازية للأرض

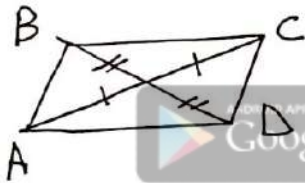
التحقق من صحتها
86
ص

③ ما أقصى ارتفاع يمكن أن ترفع الشاحنة
الشاحنة إليه؟ ابر اجابتي



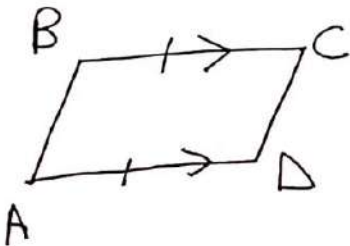
الحل :- لأن الضلع PQ طوله 2m
والضلع QR طوله 2m

* تكس نظرية قطري متوازي الاضلاع :-
إذا كان قطرا شكل رباعي ينصف كل منهما، فإن
الشكل الرباعي متوازي الاضلاع.
كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
إذا كان AC و BD ينصف كل منهما الآخر
فإن $ABCD$ متوازي الاضلاع



* نظرية الاضلاع المتوازية والمتطابقة :-
إذا توازي وتطابق ضلعان متقابلان
في شكل رباعي، فإن الشكل الرباعي
متوازي الاضلاع

لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على تلفونك
Download on the App Store
إذا توازي وتطابق ضلعان متقابلان
في شكل رباعي، فإن الشكل الرباعي
متوازي الاضلاع



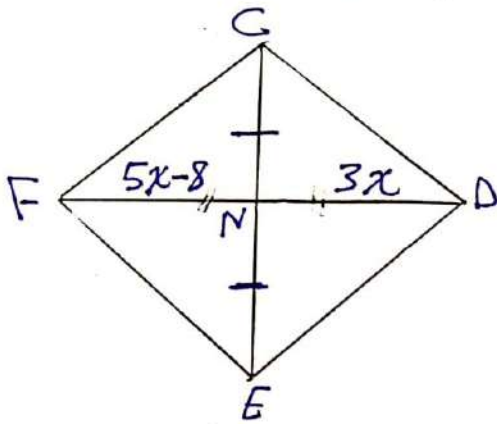
إذا كان $BC \parallel AD$ و $BC = AD$
فإن $ABCD$ متوازي الاضلاع

④

* يمكن استكمال شروط متوازي الاضلاع، إيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي الاضلاع

مثال

جد قيمة x التي تجعل الشكل الرباعي FCDE (مجاور متوازي الاضلاع)



الحل: بناءً على نظرية قطري متوازي الاضلاع، وبما أنه معطى في الشكل $CN \equiv EN$ ، فإن قيمة x هي التي تجعل $FN \equiv DN$

$$FN = DN$$

$$5x - 8 = 3x$$

شكل معادلة

$$\begin{array}{r} 5x - 8 = 3x \\ -3x \quad -3x \\ \hline 2x - 8 = 0 \end{array}$$

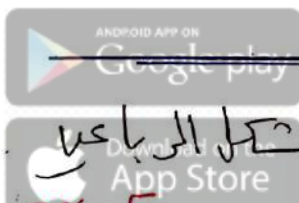
حل المعادلة

$$\begin{array}{r} 2x - 8 = 0 \\ +8 \quad +8 \\ \hline 2x = 8 \end{array}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

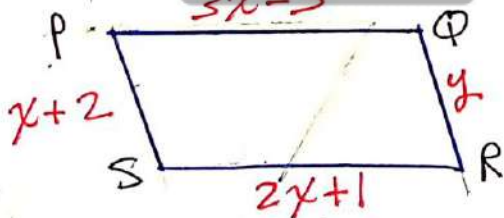
$$x = 4$$

كل ملفات الحقوق الأساسية والتوجيهي على موقع دبرني



جد قيمة x و y اللتين يجعلان الشكل الرباعي PQRS (مجاور متوازي الاضلاع)

التحقق من فهمنا



الحل: نجد x و y اللتين يجعلان كل ضلعين متقابلين متساويين

حساب x

$$\begin{array}{r} PQ = SR \\ 3x - 5 = 2x + 1 \\ -2x \quad -2x \\ \hline x - 5 = 1 \\ +5 \quad +5 \\ \hline x = 6 \end{array}$$

حساب y

$$\begin{array}{r} QR = PS \\ y = x + 2 \\ y = 6 + 2 \\ \hline y = 8 \end{array}$$

عوضاً $x = 6$

(5)

Watermarkly

* طريقه اثبات ان الشكل الرباعي متوازي اضلاع *

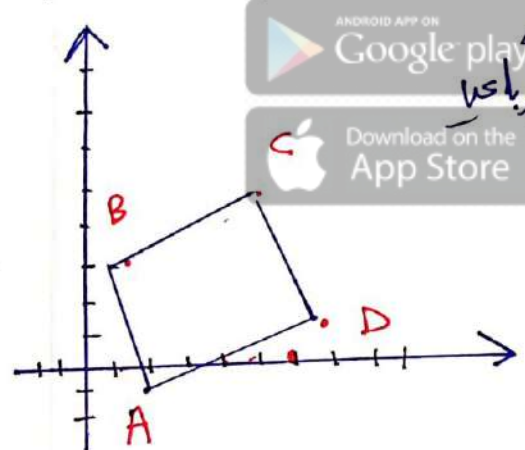
يكون الشكل الرباعي متوازي اذا حقق اي من الشروط الآتية:

- (1) اذا كان كل ضلعيه متقابلين فيه متوازيين ((التعريف))
- (2) اذا كان كل ضلعيه متقابلين فيه متطابقين ((عكس نظرية الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع))
- (3) اذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين ((عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الاضلاع))
- (4) اذا كان قطريه ينصف كل منهما الآخر ((عكس نظرية قطري متوازي الاضلاع))
- (5) اذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان ((نظرية الاضلاع المتوازية والمتطابقتين))

* يمكن استعمال الميل لتحديد ما اذا كان الشكل الرباعي في المستوى احدى متوازي الاضلاع أم لا

مثال

أثبت ان $A(2, -1)$ و $B(3, 1)$ و $C(6, 5)$ و $D(7, 1)$ تمثل متوازي اضلاع



خطوة (1): امل الشكل الرباعي في المستوى صدق

خطوة (2): حسب ميل كل ضلع هذا ضلع الشكل الرباعي

صب القانون
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ميل $\overline{AB} = \frac{3 - (-1)}{1 - 2} = -4$

ميل $\overline{CD} = \frac{1 - 5}{7 - 6} = -4$

ميل $\overline{BC} = \frac{5 - 3}{6 - 1} = \frac{2}{5}$

ميل $\overline{DA} = \frac{-1 - 1}{2 - 7} = \frac{2}{5}$

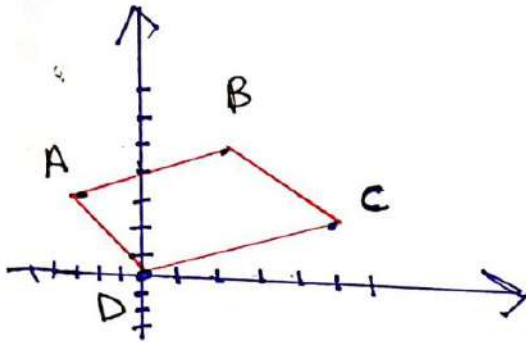
خطوة (3): نقارن ميل كل ضلعيه متقابلين فوجدنا ان ميل $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ متساويان وميل $\overline{BC}$ و $\overline{DA}$ متساويان وعليه تمثل متوازي اضلاع

(6)

أثبت أن $A(-3,3)$ و $B(2,5)$ و $C(5,2)$ و $D(0,0)$ تشكل متوازي أضلاع.

الحق فيهما

88
ص



الحل: ميل $\overline{AB} = \frac{5-3}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$

ميل $\overline{BC} = \frac{2-5}{5-2} = \frac{-3}{3} = -1$

ميل $\overline{CD} = \frac{0-2}{0-5} = \frac{2}{5}$

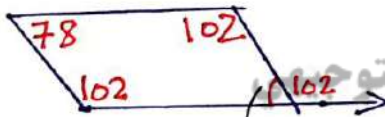
ميل $\overline{DA} = \frac{3-0}{-3-0} = -1$

بما أن كل ضلعين متقابلين لهما الميل نفسه، فكل ضلعين متقابلين متوازيين، إذن الشكل الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

أثبت ما إذا كان كل شكل من الأشكال الرباعية المتوازية متوازي أضلاع أم لا، مبيناً إجابتك.

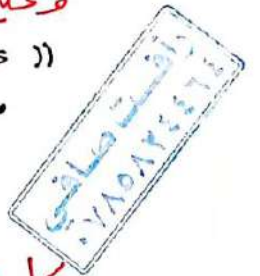
الدرج ما حل
الطالب
88
ص

①



قناها
 $180 - 102 = 78$

كل زاويتين متقابلتين متطابقتين وعليه متوازي أضلاع
« نحسب نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي أضلاع »

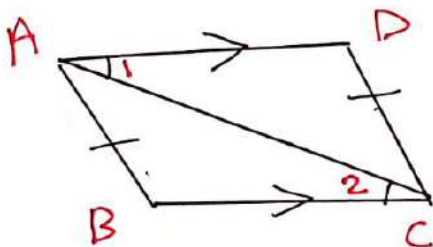


②



كل ضلعين متقابلين متطابقين وعليه متوازي أضلاع
« نحسب نظرية الأضلاع (متقابلة في متوازي أضلاع) »

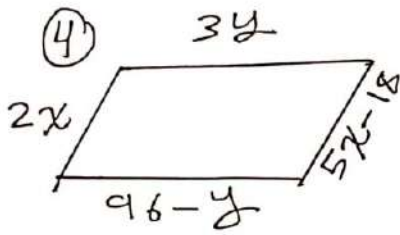
③



توجد زاويتان متقابلتان متطابقتان وعليه $\angle 1 = \angle 2$ فان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ وبما انهما متطابقتان $\overline{AB} = \overline{CD}$ وعليه الشكل متوازي أضلاع
« نظرية الأضلاع (متقابلة وطول متطابقتان) »

⑦

جد قیمة x و y اللتین یجعلان کل شکل - باعہ مما یاحتی
متوازی اضلاع -



الحل :- کل ضلعین متقابلین متطابقان :-

$$3y = 96 - y$$

$$+y \quad +y$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{96}{4}$$

$$y = 24$$

$$5x - 18 = 2x$$

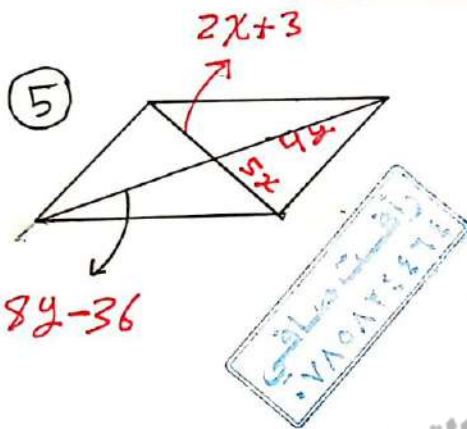
$$-2x \quad -2x$$

$$3x - 18 = 0$$

$$+18 \quad +18$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$



الحل :- اضعاف لإقطاع، نصف كل منها الآخر

$$5x = 2x + 3$$

$$-2x \quad -2x$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$$

$$x = 1$$

$$8y - 36 = 4y$$

$$-4y \quad -4y$$

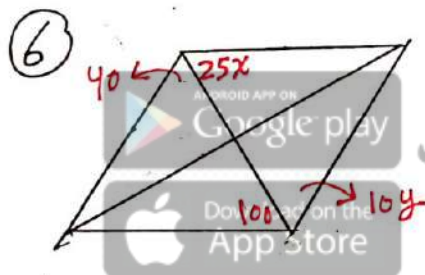
$$4y - 36 = 0$$

$$+36 \quad +36$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{36}{4}$$

$$y = 9$$

ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
على موقع دبرني



الحل :- الزوايا المتبادلة متطابقة ليصبح
الشكل متوازي اضلاع -

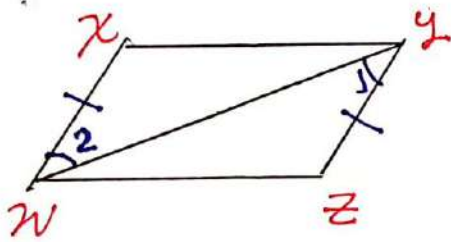
$$\frac{40}{10} = \frac{10y}{10}$$

$$y = 4$$

$$\frac{25x}{25} = \frac{100}{25}$$

$$x = 4$$

⑦ استعمال المعلومات المعطاه في الشكل الآتي كتابه برهان ههنا
لاثبت ان الشكل الرباعي $XYZW$ متوازي اضلاع



$$\angle XWY \cong \angle ZYW \rightarrow \overline{WX} \parallel \overline{YZ}$$

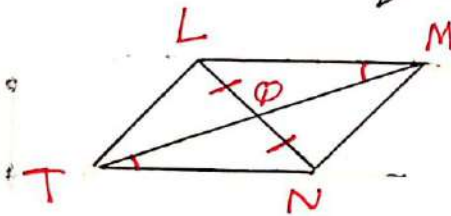
معطى

$$\overline{WX} \cong \overline{YZ}$$

معطى

الحل :-
زاويتان متبادلتان لتقف داخلياً
متوازي اضلاع
نظرية الاضلاع المتوازية والمتطابقة

⑧ استعمال المعلومات المعطاه في الشكل الآتي كتابه برهان ههنا
لاثبت ان الشكل الرباعي $LMNT$ متوازي اضلاع



$$\overline{LQ} \cong \overline{NQ}$$

معطى

$$\angle LMQ \cong \angle NTQ$$

معطى

$$\angle LQM \cong \angle NQT$$

متقابلتان بالراس

$$\triangle NQT \cong \triangle LMN$$

AAS

$$\overline{TQ} \cong \overline{MQ}$$

ضلعان متناظران

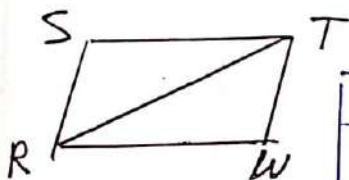
$$LMNT$$

متوازي اضلاع

كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

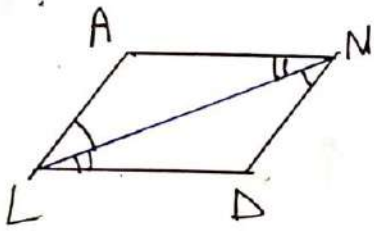
تقسى تحلل متطابق دبرني على تلفونك
تتلا باعيا
قطر اه نضيف كل
مهما الآخر

⑨ في الشكل الآتي اذا كان $\triangle TRS \cong \triangle RTW$ فاثبت ان $RSTW$ متوازي اضلاع
استعمل البرهان ذي العودين



المبررات	المبررات
معطى	$\triangle TRS \cong \triangle RTW$
زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين	$\angle STR \cong \angle WRT$
الزاويتان $\angle STR$ و $\angle WRT$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً	$\overline{ST} \parallel \overline{RW}$
ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{ST} \cong \overline{RW}$
شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان	متوازي اضلاع ABCD

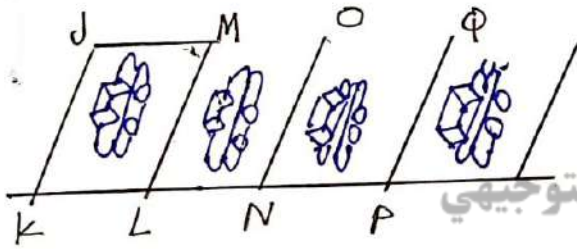
١٥) استعمل المعلومات المعطاه في الشكل الآتي كتابته برهان ذي الهودين، هل ثبت ان الشكل الرباعي ANDL متوازي اضلاع



المعطيات	المبررات
$\angle ANL = \angle DLN$	معطى
$\overline{AN} \parallel \overline{DL}$	الزوايا $\angle ANL$ و $\angle DLN$ قطابتان ومقابلتان داخليتان
$\angle ALN = \angle DNL$	معطى
$\overline{AL} \parallel \overline{DN}$	الزوايا $\angle ALN$ و $\angle DNL$ قطابتان ومقابلتان داخليتان
ANDL متوازي اضلاع	تعريف متوازي الاضلاع

١٥) موقف سيارات :- بين الشكل المجاور موقفاً للسيارات. اذا كان

$$KL = JM = 3m \text{ و } JK = LM = 7m \text{ و } m\angle JKL = 60$$



١٢) حل الجزء من الموقف KLM متوازي اضلاع؟ بر اجابتي

الحل: نعم، لان كل ضلعين متقابلين متطابقين
على موقع دبرني
رسم نظري الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع

١٢) جد كل من $m\angle KLM$ و $m\angle KJM$ و $m\angle JML$
الحل: لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على تلفونك

$$m\angle KLM = 180 - 60 = 120$$

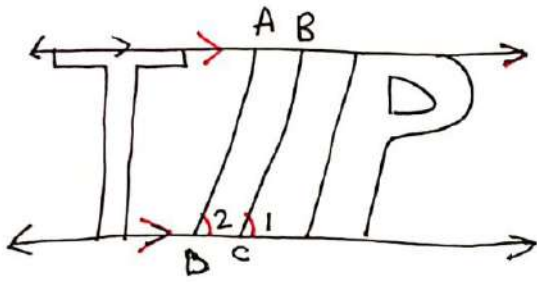
$$m\angle KJM = 120$$

$$m\angle JML = 60$$

١٣) حل $\overline{JK} \parallel \overline{PQ}$ بر اجابتي

الحل: لا نستطيع التاكد من انهما متوازيان لعدم توفر كافيه من الزوايا

حاسوب :- تسج معالجات رسوم حاسوبية عدة بكتابة
الكلمة بالنظ العادي أو الخط المائل ، كل حرف I
موازي اضلاع



الحل :- نعم لا .

$CD \parallel AB$ مخصص

$\angle 1 = \angle 2$ مخصص ومما غرضه

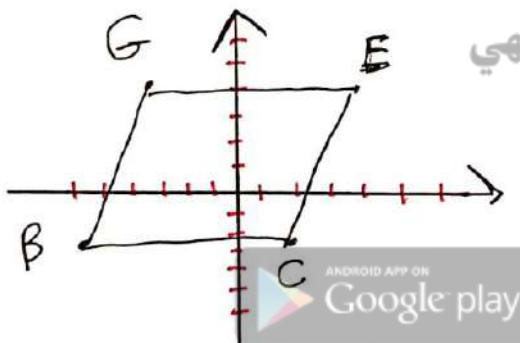
تناظر مقلبه $AD \parallel BC$ مخصص

«تساوية التوازيين (متناظرين)»

وعليه كل ضلعين متقابلين متوازيين فان حرف I متوازي اضلاع (تكون)

اقبل في المستوى الاصلي الشكل الرباعي المعطاه احداثيات رؤوسه
في ما يأتي ، ما عدد ما اذا كان متوازي اضلاع أم لا .

(15) $B(-6, -3)$, $C(2, -3)$, $E(4, 4)$, $G(-4, 4)$



الحل :- جز اول ضلعين متقابلين

$$m = \frac{4-4}{-4-4} = 0$$

الضلع GE

$$m = \frac{-3-3}{2-6} = 0$$

الضلع BC

$$m = \frac{4+3}{-4+6} = \frac{7}{2}$$

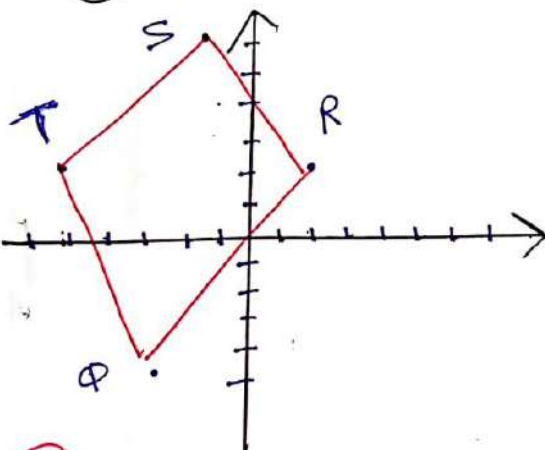
الضلع GB

$$m = \frac{4+3}{4-2} = \frac{7}{2}$$

الضلع EC

كل ضلعين متقابلين متوازيان ، الشكل متوازي اضلاع

(16) $Q(-3, -6)$, $R(2, 2)$, $S(-1, 6)$, $T(-5, 2)$



$$m = \frac{2-6}{-5+1} = 1$$

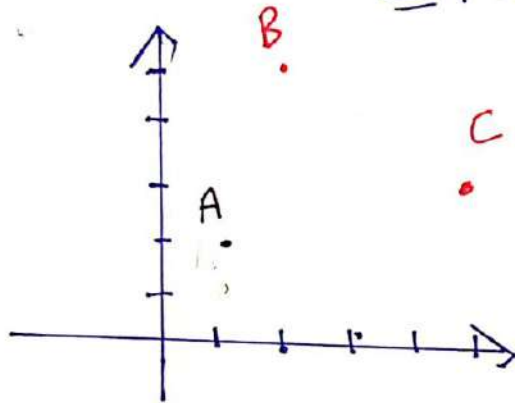
الضلع TS

QR

$$m = \frac{2+6}{2+3} = \frac{8}{5}$$

هنا الضلعان (متقابلان) غير
متوازيان وعليه الشكل
متوازي اضلاع

تبرير :- لتحمل النقاط C و B و A في المستوى المماسي المجاور
رؤوس شكل رباعي، حدد إحداثيات النقطة الرابعة
في كل من الحالات الآتية، مبرراً إجابتك



(17) النقطة D حيث ABCD
متوازي أضلاع

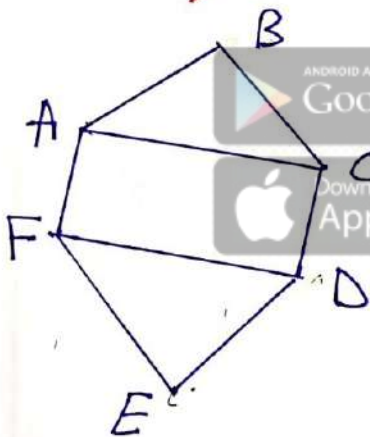
الحل :- نلاحظ أنه إذا أردنا الوصول من
B إلى A فإننا ننزل 3 وحدات للأسفل
ووصلنا لليار، وبالمثل نعمل عند C
ونكون النقطة D إحداثياتها (4, 0)
« التحرك من A نفس عقارب الساعة »

(18) النقطة E حيث ABEC
متوازي أضلاع

الحل :- هنا عند التحرك من A إلى B - تحركت للأعلى ليصبح الشكل
متوازي أضلاع، حيث من A إلى B تحركنا خطوة لليمين
و 3 خطوات للأعلى وبالمثل نعمل من النقطة C ونكون النقطة D
إحداثياتها (6, 6)

كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي

(19) أثبت أن الشكل الرباعي FACD متوازي أضلاع
علماً بأن ABCDEF متوازي أضلاع



الحل :- لا تنسى تحمل تقييد دروسك على موقع دبرني

منها : $\triangle ABC$ و $\triangle FED$

$$\overline{AB} \cong \overline{FE}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{ED}$$

$$\angle B \cong \angle E$$

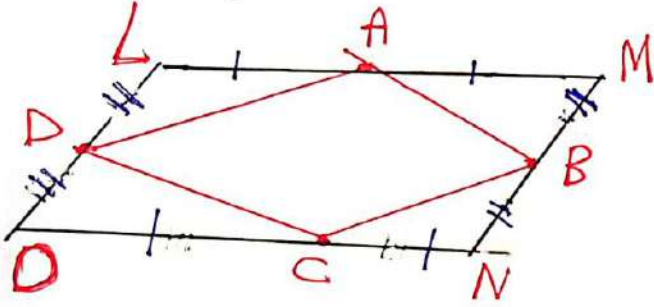
وعليه المثلثان متطابقان وعليه :-

$$\overline{AC} \cong \overline{FD} \text{ « ضلعان متقابلين في مثلثين »}$$

بما أن كل ضلعين متقابلين متطابقين فإن الشكل
الرباعي FACD متوازي أضلاع.

« نفس نظرية الأضلاع (متقابلة في متوازي أضلاع) »

(25) تحد $\frac{w}{h}$ - بين الشكل (مجاور متوازي الاضلاع LMNO) وتحتل النقاط D و C و B و A منتصفات اضلاعه
أثبت ان الشكل ABCD متوازي الاضلاع



الحل:- بما أن LMNO متوازي
الاضلاع فان كل ضلعين متقابلين
متطابقان ومما ان A و B و C و D
منتصفات الاضلاع فان:

$$LA \cong AM \cong OC \cong CN$$

$$LD \cong DO \cong MB \cong BN$$

نظا بمثلثان $\triangle ODC$ و $\triangle AMB$

$$\overline{AM} \cong \overline{OC}$$

$$\overline{MB} \cong \overline{OD}$$

$$\angle m = \angle o \quad \text{متقابلين في متوازي اضلاع}$$

وعلى المثلثان متطابقان SAS

ونستج ان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ ضلعان متناظران في مثلثان متطابقين

والمثل نظا بمثلثان $\triangle DLA$ و $\triangle CNB$

$$\overline{DA} \cong \overline{CD} \quad \text{مستج}$$

ربما ان الشكل الرباعي ABCD فيه كل ضلعين متقابلين متطابقين وعليه الشكل الرباعي متوازي الاضلاع

لا تكسر نظريتك الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع

حالات خاصة من متوازي الاضلاع

تعرفت سابقاً مضادّين متوازيين الاضلاع (متعلّقة باضلاعه وزواياه واقطاره ، في هذا الدرس ثلاثة انواع خاصة من متوازي الاضلاع وهي : (1) المستطيل والمعين (2) والمربع

هم متوازي اضلاع زواياه الاربعة قائمة ، وهذا يعني ان له المضادّين المتساويين

المستطيل

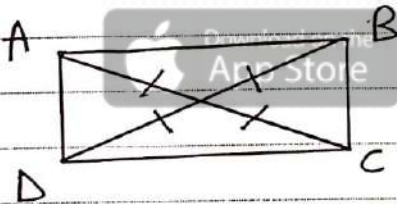
- * زواياه الاربعة قائمة * الاضلاع - (متقابلة متوازية ومتطابقة
- * الزوايا المتقابلة متطابقة * الزوايا المتخالفة متكاملة
- * قطرها ينصف كل منهما الآخر

ونضيف الى المضادّين السابقين خاصية اخرى متعلّقة بقطري المستطيل موضحة في النظرية التالية

نظرية قطري المستطيل

نظرية

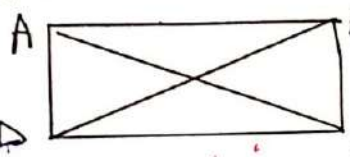
يكون متوازي الاضلاع مستطيل اذا وفقط اذا كان قطره متطابقين



يكون $ABCD$ مستطيل اذا
وفقط اذا كان $AC = BD$

الاثبات النظري

بيّن ان الشكل المجاور مستطيل ABCD أثبت ان قطريه المستطيل



متطابقان باستعمال البرهان ذي العودين .

الخطوة (1) :- استعمال حالة تطابق مثلثين بضلعين وزاوية محصورة (SAS) لا يشك ان $\triangle ADC \cong \triangle BCD$

الخطوة (2) :- استعمال تطابق مثلثين لا يشك ان $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

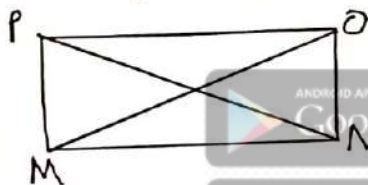
المبررات	العبارة
(1) ضلعان متقابلان في مستطيل	$\overline{AD} \cong \overline{BC}$
(2) ضلع مشترك	$\overline{DC}$
(3) زوايا (مستطيل) قوائم	$\angle D \cong \angle C$
(4) SAS	$\triangle ADC \cong \triangle BCD$
(5) ضلعان متساويان في مثلثين متطابقين	$\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان :-

بيّن ان الشكل المجاور $\square PONM$ اذا كان $\overline{PN} \cong \overline{OM}$ اثبت باستعمال البرهان ذي العودين ان $PONM$ مستطيل

التحقق من هذه

92
ص

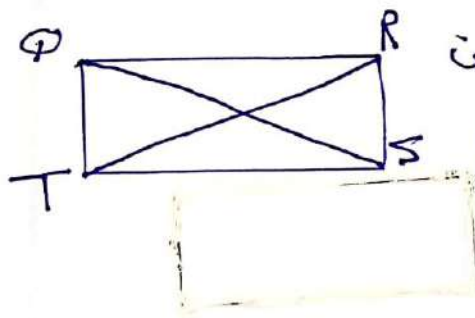


المبررات	العبارة
معطى	$\overline{PN} \cong \overline{OM}$
ضلعان متقابلان في متوازي اضلاع	$\overline{PM} \cong \overline{ON}$
ضلع مشترك	$\overline{MN} \cong \overline{MN}$
SSS	$\triangle PMN \cong \triangle ONM$
زاويتان متساويتان في مثلثين متطابقين	$\angle m \cong \angle n$
متطابقان ومقابلتان في متوازي اضلاع	قوائم $\angle m$ و $\angle n$
المبررات السابقة	قوائم $\angle p$ و $\angle o$
متوازي اضلاع - زوايا قوائم	$PONM$

(2)

Watermarkly

* نحتاج استعمال مفاهيم المتطابق لاجاد قيم مجهولة :-



مثال

اذا كان $PQRT$ متطابق وكان

$$RT = 9x + 5 \text{ و } QS = 6x + 14$$

جد قيمة المتغير x

الحل :- مقرر المتطابق متطابقان :-

$$RT = QS$$

$$9x + 5 = 6x + 14$$

$$\begin{array}{r} -6x \quad -6x \\ 3x + 5 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5 \quad -5 \\ 3x = 9 \end{array}$$

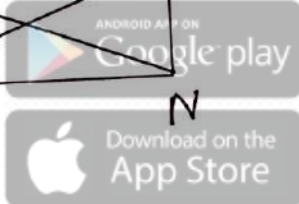
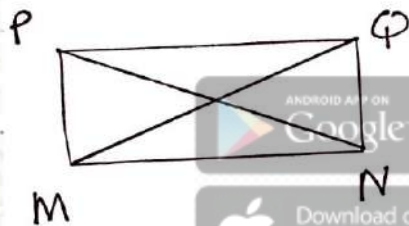
$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

$$\boxed{x = 3}$$

اذا كان $PQNM$ متطابق وكان $MQ = 2x + 11$ و $PN = 5x - 31$ جد قيمة المتغير x

التحقق من
الخطوة
93
ص

الحل :- مقرر المتطابق متطابقان :-



لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

$$MQ = PN$$

$$\begin{array}{r} -2x \quad -2x \\ 2x + 11 = 5x - 31 \end{array}$$

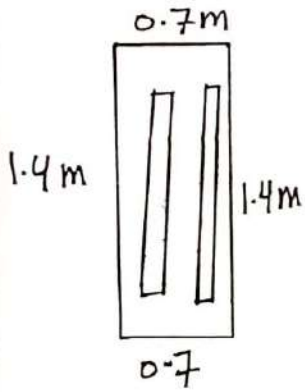
$$\begin{array}{r} +31 \quad +31 \\ 11 = 3x - 31 \end{array}$$

$$\frac{42}{3} = \frac{3x}{3}$$

$$x = 14$$

* يمكن استعمال هذا الشكل لتوضيح علامات من واقع الحياة

نافذة : يبين الشكل المجاور اطار نافذة ابعادها موضحة في الشكل



① هل اطار النافذة على شكل مستطيل؟ ابرر اجابتي

الحل:- يفهم من الشكل ان اضلاحي الاطار المتقابلين لها الطول نفسه ، لذا ما اطار على شكل متوازي اضلاحي ، ويمكن ان يوجد ما يدل على ان الزوايا قوائم ، لذا لا يمكن تحديدها اذا كان الاطار على شكل مستطيل ام لا .

② قاس سم طولي قطري الاطار ، فوجد ان طول احداهما 2.45 m
مطول الاخر 2.48 m هل اطار النافذة على شكل مستطيل

الحل:- بالرجوع الى نظرية قطري المستطيل ، فان الشكل الرباعي يكون مستطيلاً اذا كان قطراه متطابقان ، وبما ان قطري اطار النافذة ليسا متطابقين ، اذن فالطار النافذة ليس على شكل مستطيل .

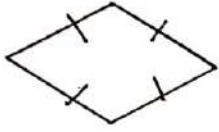
③ افترض ان قطري النافذة لهما الطول نفسه
هل اطارها على شكل مستطيل ، ابرر اجابتي

التحقق من
فهمي
94
صا

الحل:- نعم مستطيل لانه متوازي اضلاحي قطراه متطابقان

هو متوازي أضلاع جميعها متطابقة.

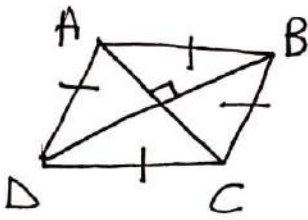
للمعين مصادرها متوازي الأضلاع جميعها 6 أضفاته إلى الخاصيتين في النظريتين



نظريات

* نظرية قطري المعين

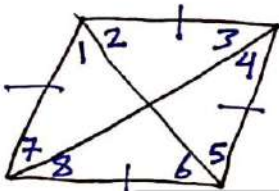
يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا وفقط إذا كان قطره متعامداً



يكون $\square ABCD$ معيناً إذا وفقط إذا
كان $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

* نظرية الزوايا المتقابلة في المعين

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا وفقط إذا ذهب كل قطري من قطري الزاويتين المتقابلتين للتي يصل بين أسرها



كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 3 = \angle 4$$

$$\angle 5 = \angle 6$$

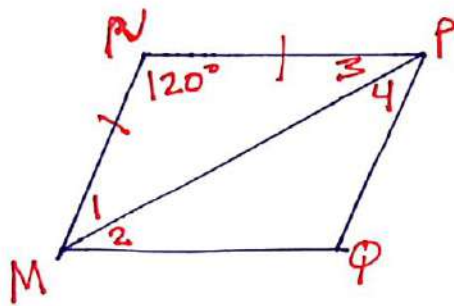
$$\angle 7 = \angle 8$$



لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

* يمكن استعمال خصائص المعين لإيجاد قيم مجهولة.

مثال: بين الشكل المجاور المعين NPQM، إذا كانت $m\angle N = 120^\circ$ فاجد قياسات الزوايا المرفقة في الشكل.



الحل:- المثلث NPM متطابقه
الضلعين وعلى زوايا لقاعدة
متساوية

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

مجموع زوايا المثلث 180° وعلى

$$m\angle 1 + m\angle 3 = 180 - 120 = 60$$

$$m\angle 1 = m\angle 3 = 30^\circ \text{ وعلى}$$

وصب نظرية الزوايا المتقابلة في المعين

$$m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 3 = m\angle 4$$

$$m\angle 2 = m\angle 1 = 30^\circ \text{ وعلى}$$

$$m\angle 4 = m\angle 3 = 30^\circ$$

كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي

بين الشكل المجاور المعين DEFG، إذا كانت $m\angle G = 118^\circ$ فاجد قياسات الزوايا المرفقة في الشكل.



الحل:- المثلث DGF متطابقه الضلعين
وعلى زوايا لقاعدة متساوية

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

مجموع زوايا المثلث 180° وعلى

$$m\angle 1 + m\angle 3 = 180 - 118 = 62$$

$$m\angle 1 = m\angle 3 = 31^\circ$$

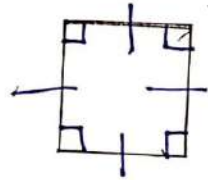
وصب نظرية الزوايا المتقابلة في المعين

$$m\angle 2 = m\angle 1 = 31^\circ$$

$$m\angle 4 = m\angle 3 = 31^\circ$$

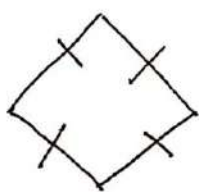
المربع

هو متوازي الاضلاع جميعا متطابقة زواياه
 المربع قوائم ، وبما ان المستطيل متوازي الاضلاع
 زواياه المربع قوائم ، والمعنى متوازي الاضلاع
 المربع متطابق ، فان المربع مستطيل ، لان زواياه
 المربع قوائم ، وهو ايضا معين ، لان اضلاعه المربع
 متطابق ، وهذا يعني ان جميع خصائصه متوازي
 الاضلاع ، والمستطيل والمعين تنطبق على المربع



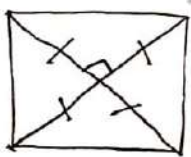
مثلا عدد ما اذا كان متوازي الاضلاع في كل مما يأتي مستطيل
 أم معيناً أو مربعاً

①

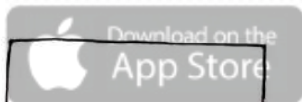


الاضلاحي متطابقه (معينا)

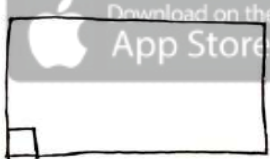
②



كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي
 المقادير متطابقه فان متوازي
 الاضلاحي مستطيل ، وبما ان المربع
 متعامدا فان متوازي الاضلاع
 معين ومنه فان متوازي الاضلاع
 المربع في الشكل هو ايضا



③

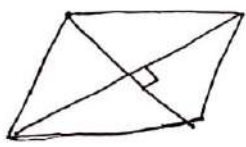


مستطيل لان متوازي الاضلاع احد
 زواياه قائمه وبالتالي تكون كل
 زواياه قوائم حسب خصائص متوازي الاضلاع

التحقيق في هذه

٩٤
٧٢

④



معين لان القطر من متعامدان

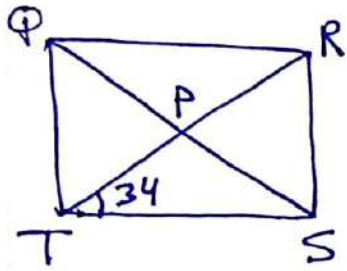
⑦

بين الشكل المجاور المتطيل $QRST$ ما إذا

اتدرب واحد واحد

كان قطره تيقاطمان في النقطة P

$m\angle PTS = 34$ و $\angle S = 10$ حدد



① $m\angle QTR$

نروا المتطيل قطره واحد

$m\angle QTR = 90 - 34 = 56$

② $m\angle QRT$

$m\angle QRT = 34$

متبادله مع الزاوية PTS

③ $m\angle SRT$

$m\angle SRT = 56$

متبادله مع $\angle QTR$

④ $\angle P$

كل ملفات الحلوف الاساسية والتوجيهي

على موقع دبرني
لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك
قطره متطيل ينصف كل من قطريه الآخر

⑤ RT

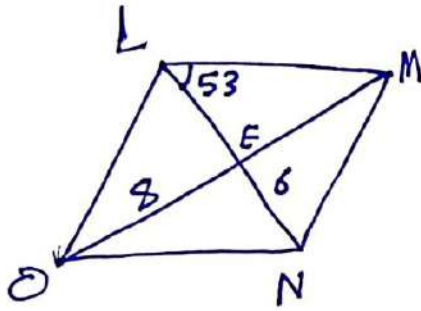
$RT = 10$

لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك
قطره متطيل متطابقان

⑥ RP

$RP = 5$

بيّن الشكل المجاور المعين LMNO إذا كان قطره يتقاطعان في النقطة E و $m\angle NLM = 53^\circ$ و $OE = 8$ و $NE = 6$ فاجد كل ما يأتي :-



الحل :-

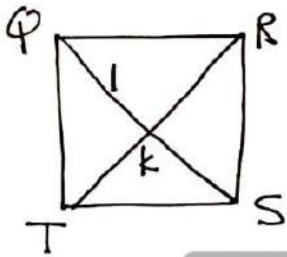
المعينة
اضلاع متطابقة وقطره
متعامدان وقطره ينصفان
نرأيا برؤوسه وقطره ينصفان بعضهما

(7) $m\angle OLN$ 53 (8) $m\angle LEO$ 90
لتعامد القطران

(9) $m\angle LON$ 74 (10) OM 16
متالق مع $\angle MLO$

(11) LE 6 (12) LN 12

بيّن الشكل المجاور المربع QRST إذا كان قطره يتقاطعان في النقطة K و $QK = 1$ فاجد كل ما يأتي :-



(13) $m\angle RKS$ 90° (14) $m\angle QTK$ 45°

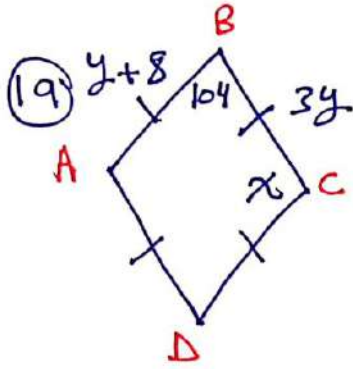
(15) $m\angle QRK$ 45 (16) KS 1

(17) QS 2 (18) RT 2



لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على تلفونك

احدد ما اذا كان متوازي الاضلاع في كل معايات متطابق
 أم معيناً أم مربعاً أم مربعاً اجابتي ثم اجد متبقة كل من x و y



الحل :- جميع الاضلاع متطابقة
 فجميع الزوايا متساوية وعليه
 الشكل معين

$\angle B$ و $\angle C$ متالفتان

$$m \angle C = 180 - 104 = 76$$

$$x = 76$$

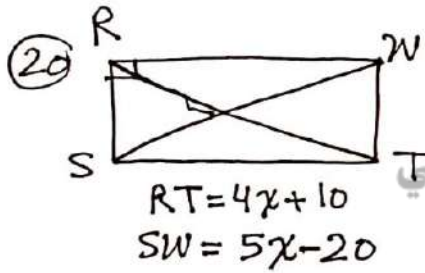
$$y + 8 = 3y$$

$$-y \quad -y$$

$$\frac{8}{2} = \frac{2y}{2}$$

$$y = 4$$

الاضلاع متطابقة :-



الحل :- متطابق لان متوازي اضلاع
 كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي
 احصى زوايا متساوية وبالتالي
 تكون كل زوايا متساوية

قطر متطابقان :-

$$RT = WS$$

$$4x + 10 = 5x - 20$$

$$-4x \quad -4x$$

$$10 = x - 20$$

$$+20 \quad +20$$

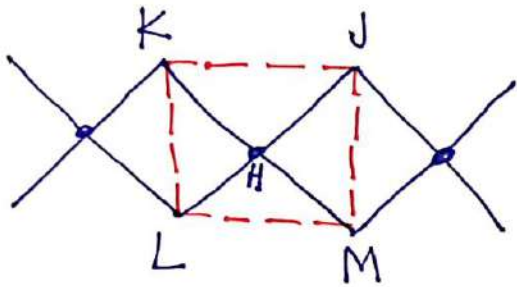
$$x = 30$$



لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على تلفونك

علاقة ملائمة: - بين الشكل والمماس علاقة ملائمة متبادلة
إذا كان $KJML$ متوازي أضلاع وكان
 $KM \perp LJ$ و $m\angle K = 90^\circ$ فاجب عن كل مما يأتي

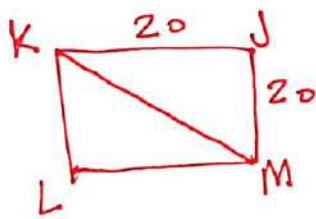
(21) هل متوازي الأضلاع $KJML$ متطابق
أم معين أم مربع



الحل: -
 $KM \perp LJ$ وعلى معين
مبنيان أضلاع زوايا قائمة فيكون
متطابق.

وبناء الشكل معين ومتطابق الشكل مربع

(22) إذا كان $KJ = 20 \text{ cm}$ فاجب KM و LJ مبرراً اجابته



$$KM = LJ$$

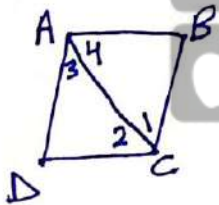
الشكل مربع - نصفه متساوي

$$(KM)^2 = (KJ)^2 + (JM)^2$$

$$= 400 + 400 = 800$$

$$KM = \sqrt{800} = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

(23) في الشكل الآتي: إذا كان $ADCB$ متوازي أضلاع وكان AC
ينصف كل من $\angle A$ و $\angle C$ فاجب ان $ABCD$ معين باستخدام البرهان ذي العمودين



Google play

Download on the
App Store

مبادلة داخلية

$$\angle 4 \cong \angle 2 \quad (1)$$

AC ينصف $\angle C$

$$\angle 1 \cong \angle 2 \quad (2)$$

نتيجة من (1) و (2)

$$\angle 1 \cong \angle 4 \quad (3)$$

متطابق المثلثات

$$\triangle ABC \quad (4)$$

لما المثلثات

$$AB \cong CB \quad (5)$$

أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع

$$\overline{AB} \cong \overline{DC} \quad (6)$$

$$\overline{BC} \cong \overline{AD}$$

نتيجة

$$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{AD}$$

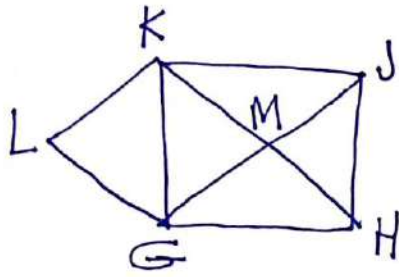
جميع الأضلاع متطابقة

$ABCD$ معين

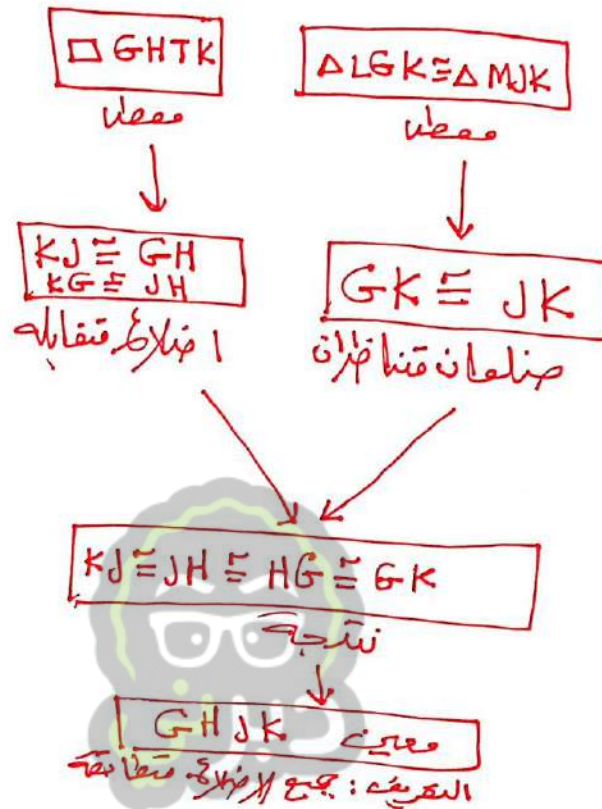


Watermarkly

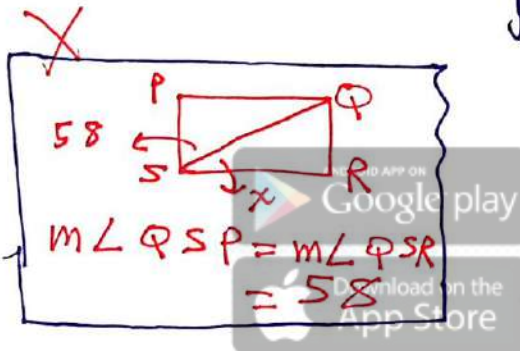
(24) في الشكل الآتي، إذا كان $G H J K$ متوازي أضلاع، وكان $\Delta L G K \cong \Delta M J K$ فاثبت أن $G H J K$ معين، باستعمال البرهان الهندسي.



الحل :-



(25) اكتشف الخطأ، انظر الحل الآتي، واكتشف الخطأ الوارد منه، واصححه، علماً بأن $\angle P Q R S$ مستطيل.



الحل :- قطر المستطيل لا ينصف زوايا الزاوية

$$m \angle Q S R = 90 - 58 = 32^\circ$$

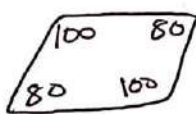
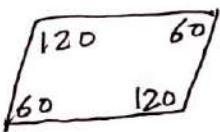
لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على تلفونك

(26) تبرير: محل (مصفيات جميعها)

متساوية، ابراجاً

الحل :- الشاهد : الأضلاع متساوية، زوايا متطابقة

لا، انظر الاستكمال الجوارح



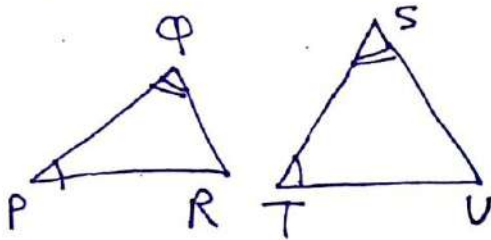
شابه المثلثات

الدرس
5

* المضلعات المتشابهة هي مضلعات زواياها المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة، وقد أمثلنا حالة خاصة من المضلعات، وتوجد مثلثات ونظريات ونظائر تشابه المثلثات

ملاحظة: (التشابه بزواييتين AA)

إذا طابقت زوايتان في مثلث زواييتين في مثلث آخر فان المثلثين متشابهان.



إذا كان $\angle P = \angle T$ و $\angle R = \angle U$ فان $\triangle PQR \sim \triangle TSU$

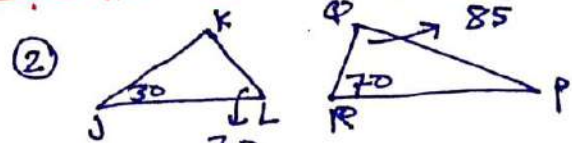
يمكن استعمال ملاحظة AA لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهان أم لا

مثال: حدد ما إذا كان كل مثلثين مهيايتي متشابهين أم لا وإذا كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه صريحاً اجابتي



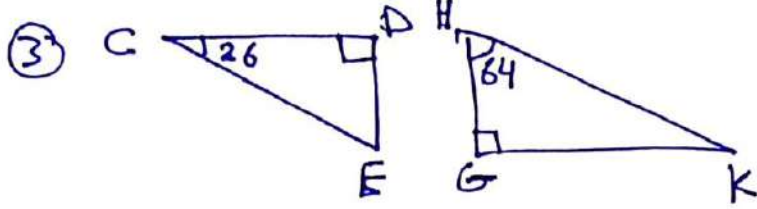
الحل: $\angle B = \angle E$ وهما زوايتان قائمتان
مجموع زوايا المثلث 180° وعليه
 $m\angle C = 180 - (90 + 43) = 47$
وعليه $\angle C = \angle F$

اذن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
وفق الملاحظة (AA)



الحل: $\angle L = \angle R$
 $m\angle K = 180 - (30 + 70) = 80$
 $m\angle P = 180 - (85 + 70) = 25$
وعليه يوجد زوج زوايا واحد فقط هنا
الزوايا المتطابقة، اذن:
 $\triangle JKL$ و $\triangle PQR$ ليسا متشابهين

لأفضل النتائج



$$\angle D \cong \angle G$$

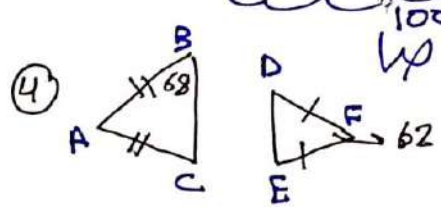
$$m\angle E = 180 - (90 + 26) = 64$$

$$\angle E \cong \angle H \text{ (معلومة)}$$

$$\triangle CED \sim \triangle KHG \text{ اذن}$$

وصف المثلث (AA)

التحقه من زوايا



اكثر :- زوايا لقاعد متطابقة
للمثلث المتطابق المتطابق

$$m\angle C = 68$$

$$m\angle A = 180 - (68 + 68) = 54$$

المثلث DEF :-

$$m\angle E + m\angle D = 180 - 62 = 118$$

$$m\angle E = m\angle D = 59$$

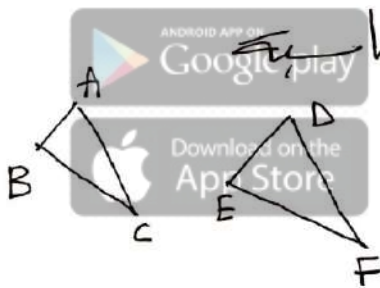
لا يوجد زوايا متطابقة على
غير متساوية

في ما يخص طرق إثبات المثلثات لا إذا كانت مثلثات متشابهة أم لا
كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي

على موقع دبرني

نظرات

* التماثل بثلاثة أضلاع (SSS)

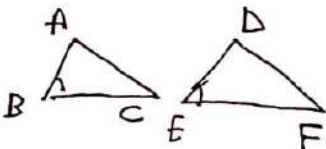


إذا كانت الأضلاع المتناظرة لمثلثين متساوية
فان المثلثين متساويين

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF, \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

* التماثل بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

إذا كان طول ضلعين في مثلث متساويين مع طول الضلعين المتناظرين
لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين فان
المثلثين متساويين



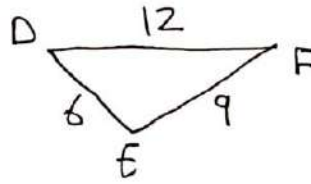
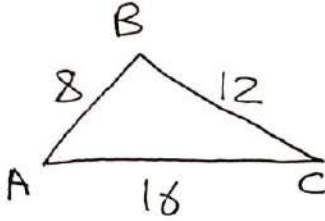
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ و } \angle B \cong \angle E, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

(2)

Watermarkly

مثال: حدد ما إذا كان المثلثان مماثليين أم لا، وإذا كانا كذلك، اكتب عبارة يشابه مبرراً اجابتي.

①



الحل:

أطول ضلعين:

$$\frac{CA}{FD} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

أقصر ضلعين:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

الضلعان المتبقيان:

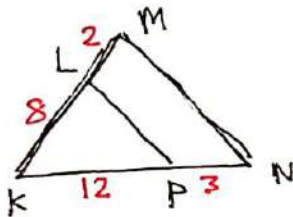
$$\frac{BC}{EF} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

لما أن هرتب جميعاً متساوية إذن:

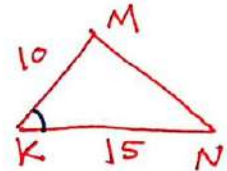
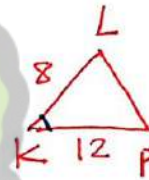
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

وفق نظرية التشابه SSS

②



مثلثان متشابهان



أقصر ضلعين:

$$\frac{KL}{KM} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

أطول ضلعين:

$$\frac{KP}{KN} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

لما أن طول الضلعين اللذين يحصران $\angle K$

في $\triangle KLP$ متساويان مع طول الضلعين

المتبقيين لهما في $\triangle KMN$ إذن

$\triangle KLP \sim \triangle KMN$ وفق نظرية التشابه SAS

③



الضلعان المتبقيان:

$$\frac{MN}{RT} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

أقصر ضلعين:

$$\frac{LM}{RS} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

أطول ضلعين:

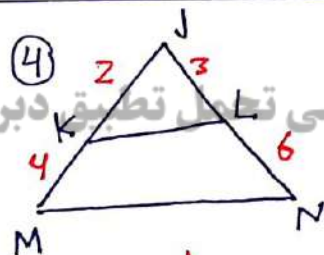
$$\frac{LN}{ST} = \frac{26}{33}$$

أيضاً مبرر

ولذلك لا يوجد تشابه لأن الضلعين

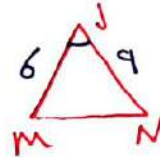
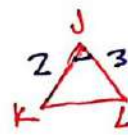
المتبقيين ليست متساوية

④



التحقق من التشابه

101
40



الحل:

أقصر ضلعين:

$$\frac{JM}{JK} = \frac{6}{2} = 3$$

أطول ضلعين:

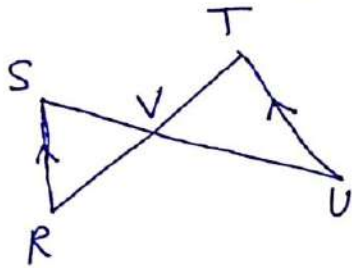
$$\frac{JN}{JL} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\triangle JMN \sim \triangle JKL \text{ (SAS)}$$

المثلثان متشابهان

يمكنني استعمال ملحة التشابه ونظرياتها في إثبات تشابه مثلثين

مثال: استعمال المعلومات المعطاه في الشكل المجاور لاثبت ان $\Delta SVR \sim \Delta UVT$ باسعمال/برهان ذي العمودين



الحل:

المبررات	العبارات
زاويتاه متقابلتان في لـ ١٨٠	$\angle SVR \cong \angle UVT$
معطاه	$\overline{SR} \parallel \overline{UT}$
زاويتان متبادلتان داخلياً	$\angle S \cong \angle U$
ملحة/تشابه AA	$\Delta SVR \cong \Delta UVT$

التحقق من صحة البرهان

استعمل المعلومات المعطاه على الشكل المجاور لاثبت ان $\Delta SPQ \sim \Delta SRT$ باسعمال/برهان ذي العمودين



لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

$PQ \parallel RT$
معطاه

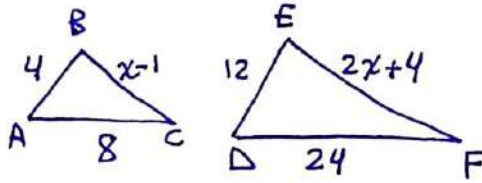
$\angle QPS \cong \angle R$
زاويتان متبادلتان خارجيتان

$\Delta SPQ \cong \Delta SRT$
AA

$\angle S$
زاوية مشتركة

يمكن استعمال كتابه المثلثات في ايجاد قياسات مجهولة

مثال: جد قيمة x / $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ تبطل



نكتب لثنا به

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{x-1}{2x+4} \quad \text{صند بتارل}$$

$$12x - 12 = 8x + 16$$

$$4x - 12 = 16$$

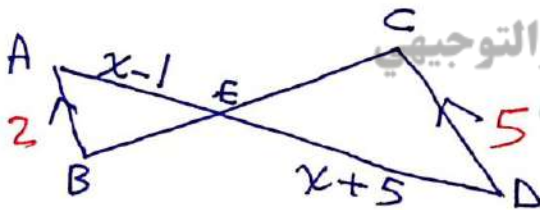
$$4x = 28$$

$$x = 7$$

جد قيمة x / $\Delta ABE \sim \Delta DCE$ تبطل

الحقق من واهبا

103
صا



نكتب لثنا به

$$\frac{x+5}{x-1} = \frac{5}{2}$$

$$5x - 5 = 2x + 10$$

$$3x - 5 = 10$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

$\Delta ABE \sim \Delta DCE$

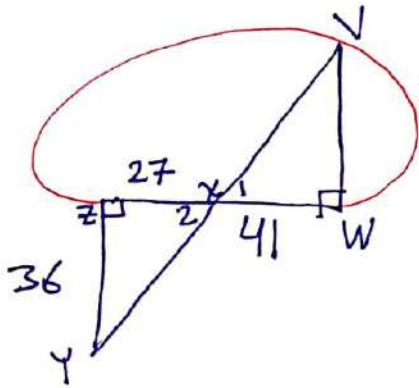
مثال: برر ما ح قياس عرضا بحيرج با استعمال تقنيـ
المح (هينـ عـ الشـكل (هـامـر) ، جـد عرضـا البـحـيرـه VW

الحـل:-
المثلثان متـشابهـان لـعـبـود زـاويـتان
لهـما نـفس لـقيـاس :-

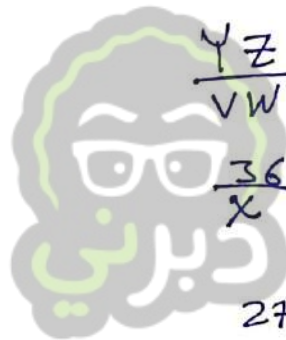
$$\angle Z = \angle W \quad \text{قـوائـم}$$

$$\angle 1 = \angle 2 \quad \text{تـقـابـلـ بالـاـس}$$

نـكتبـ الـنسـابـه :-



$$\triangle XZY \sim \triangle XWV$$



$$\frac{YZ}{VW} = \frac{ZX}{WX}$$

$$\frac{36}{x} = \frac{27}{41}$$

$$27x = 1476$$

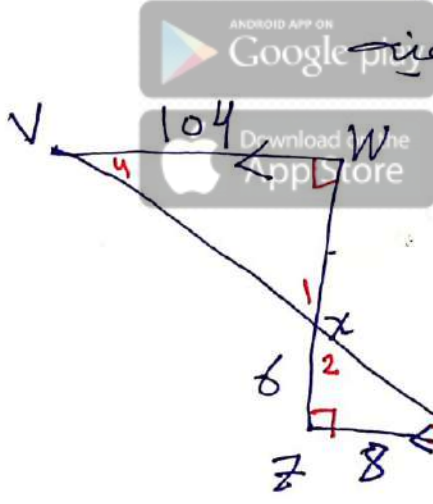
$$x = 54.7$$

لـنـقـضـ ان
عـرضـا البـحـيرـه X

كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

بـيـنـ الشـكل (هـامـر) طـريـقـه اضـرـى لـقيـاس عرضـا البـحـيرـه

الحـقـوقـه مـنـ رـصـمـهـا



المثلثان متـشابهـان لـعـبـود زـاويـتان

$$\angle 1 = \angle 2 \quad \text{تـقـابـلـ بالـاـس}$$

$$\angle W = \angle Z \quad \text{قـوائـم}$$

نـكتبـ الـنسـابـه :-

$$\frac{WX}{ZX} = \frac{VW}{YZ}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{104}{8}$$

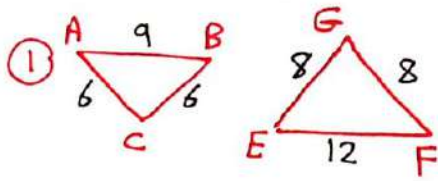
$$8x = 624$$

$$x = 78$$

اضـرـى عرضـا البـحـيرـه X

التدرب وحل المسائل

حدد ما اذا كان كل مثلثين مما يأتي متماثلين أم لا
واذا كانا كذلك، فاكتب عبارة يشابه مبرراً جانباً



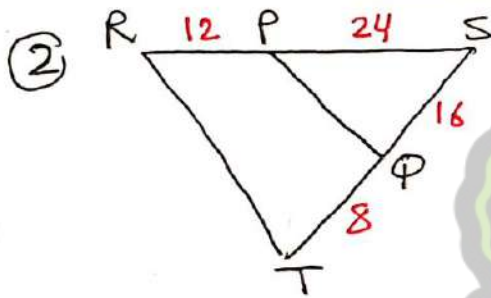
الحل: صنف فقط وجود أطوال أضلاع

$$\frac{EF}{AB} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

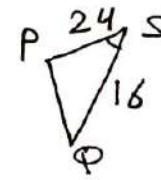
$$\frac{GF}{CB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

المقابلة
«بمعنى»
«مطلوب»

وعلى مثلثين متماثلين
(SSS) $\triangle ABC \sim \triangle EFG$



المثلثان متماثلان لإفضل صو
فصلهما



متركة $\angle S$

المثلثان متماثلان

$\triangle RST \sim \triangle PQT$
(SAS)

$$\frac{RS}{PS} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{ST}{QT} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$



$$\frac{11}{6}$$

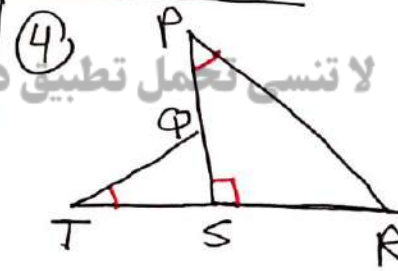
أطوال ضلعين

$$\frac{6}{3.5} = \frac{60}{35}$$

$$= \frac{12}{7}$$

أطوال ضلعين

وعلى مثلثان غير متماثلين
لأنه لا ضلع غير متساوية

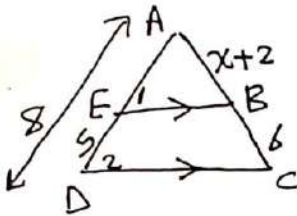


الحل:
معطى $\angle T \approx \angle P$
 $\angle RSQ \approx \angle TSQ$
متركة
متركة
متركة
180

وعلى المثلثان متماثلان
(AA)

اثبت ان كل مثلثين هما ياتي متشابهان ثم جد الطول المطلوب

⑤ AB



الحل: يوجد مثلثان متشابهان
 $\angle A$ مشتركة
 $\angle 1 \cong \angle 2$ تناظر
 وعلى المثلثان متشابهان (AA)
 الشكلين

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{x+2}{6} = \frac{8}{3}$$

$$8x + 16 = 3x + 24$$

$$5x + 16 = 24$$

$$5x = 8$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$AB = x + 2 = \frac{8}{5} + 2 = \frac{18}{5}$$

⑥ HG



الحل: يوجد مثلثان متشابهان

$\angle F$ مشتركة

$\angle G \cong \angle FHG$

وعلى المثلثان متشابهان (AA)

الشكلين

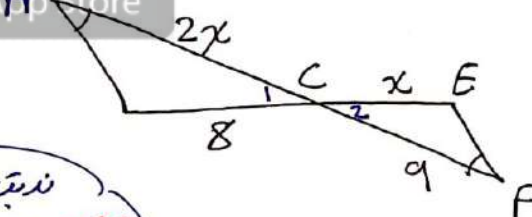
نريد احدهما

$\triangle EGH \sim \triangle GHF$

$$\frac{36}{x} = \frac{39}{15}$$

$$\frac{39x}{39} = \frac{540}{39} \rightarrow x = 13.8$$

⑦ AC



$\angle A \cong \angle F$

$\angle 1 \cong \angle 2$ تناظر بالزاوية

وعلى المثلثان متشابهان

(AA)

$$\frac{2x}{9} = \frac{8}{x}$$

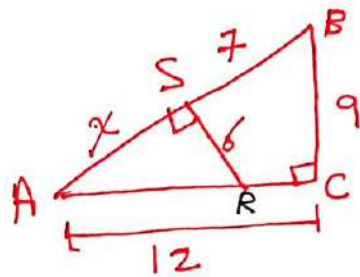
$$\frac{2x^2}{2} = \frac{72}{2}$$

$$x^2 = 36$$

$$AC = 2x = 12 \text{ وعليه } x = 6$$

نريد احدهما
 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$

8) AB



$\angle C \equiv \angle RSA$ معطى

$\angle A$ مشترك

$\triangle ASR \sim \triangle ACB$ (AA)

تکلیف سے:

$$\frac{AS}{AC} = \frac{SR}{BC}$$

$$\text{ہذا: } \frac{x}{12} = \frac{6}{9}$$

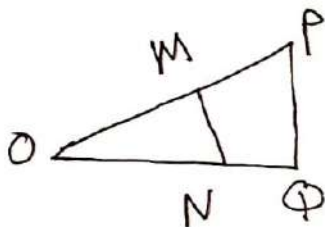
$$9x = 72$$

$$x = 8$$

$$AB = x + 7 = 15$$

9) محلہ :- بیت الیکل (لجاء عجلہ دوارج) ، فاذا اعلت ان
 $MP = NQ = 1.5 \text{ m}$ وان $OM = ON = 3$ فابین ما اذا کان

$\triangle OMN \sim \triangle OPQ$ أم لا



الحل: مشترک $\angle O$

$$\frac{OM}{OP} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$$

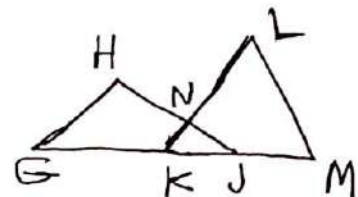
$$\frac{ON}{OQ} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$$

المساواة في الضلعين متساوية والزاويتان مشتركتان (SAS)

10) في الیکل (لائی) اذا کان $\triangle KNJ$ متطابقا لـ $\triangle HJN$

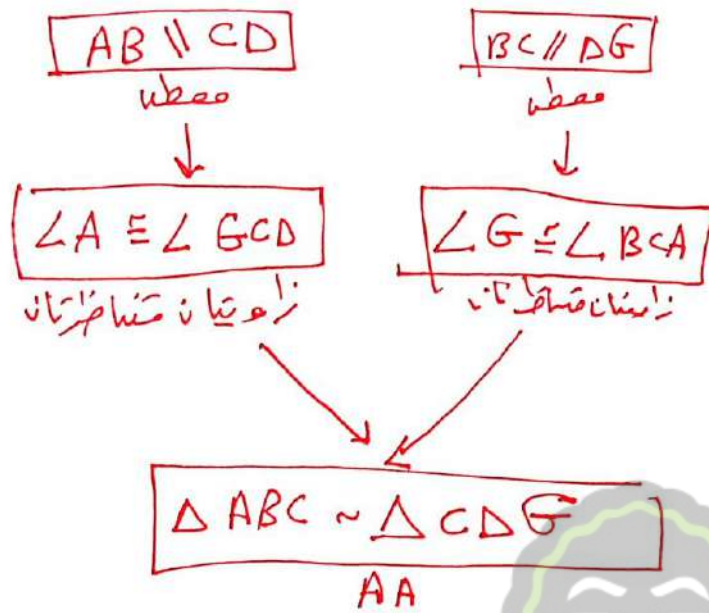
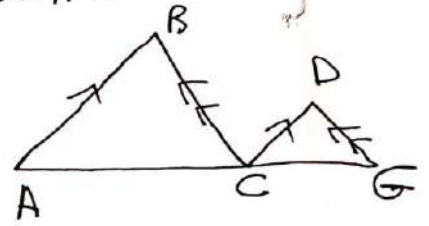
و $\angle N$ زاوية قائمة ، فاذا كان $\angle L \equiv \angle H$ فابین

ما اذا كان $\triangle GHJ \sim \triangle MLK$ باسقاطا / بمرطبان / بزاوية مشتركة



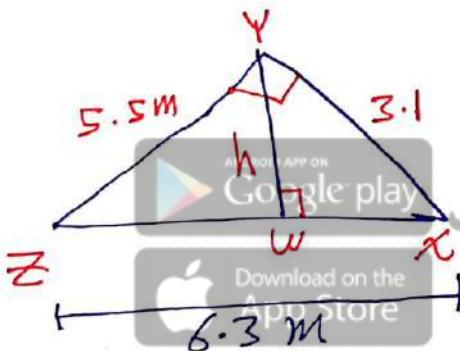
المعطى	المساواة
$\triangle KNJ \sim \triangle HJN$ متطابقا / متطابقا	$\angle JKN \equiv \angle JHN$
معطى	$\angle L \equiv \angle H$
AA	$\triangle GHJ \sim \triangle MLK$

(11) استعمل المعلومات المعطاة على الشكل الآتي لإثبات أن :
 $AB \times CG = CD \times AC$



$\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CG}$ متساوية $\therefore$ نضرب بها
 $AB \times CG = AC \times CD$

(12) جيبس الشكل الجوار الواسع الأمامي - سطح منزل
 كيف يمكن معرفة الارتفاع h



الحل: نثبت أولاً أن $(\Delta ZYX \sim \Delta YWX)$

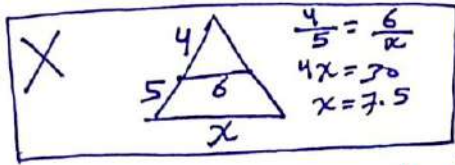
$\angle X$ مشترك
 $\angle Y \cong \angle Y$ معطى
 $\Delta ZYX \sim \Delta YWX$ (AA)

نضرب بها $\leftarrow$

$\frac{ZX}{YX} = \frac{ZY}{YW}$

$\frac{6.3}{3.1} = \frac{5.5}{h}$

$\frac{6.3h}{6.3} = \frac{17.05}{6.3}$
 $h \cong 2.7$

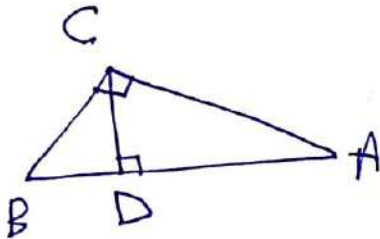


الحل: الخطأ: انظر الى لآتي ماكتف
الخطأ في ايجاد متجه x واحد
الحل: نتحقق من خطأ:

بتاد $\frac{4}{9} = \frac{6}{x}$
 $\frac{4x}{4} = \frac{54}{4}$
 $x = 13.5$

14) حدد: اصد في شكل (هـ) المثلثات متشابهة متساوية
 ثلاث مثلثات متساوية متشابهة

الحل:



$\triangle ADC \sim \triangle ACB \sim \triangle CDB$

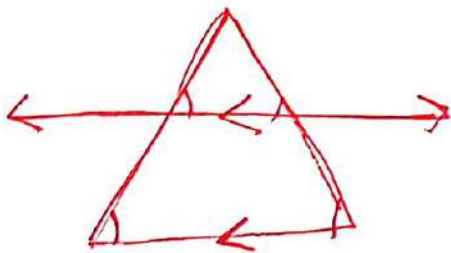
جميعاً متساوية متشابهة

$\angle D \sim \angle C$

كل مثلثات المثلث الاساسية والتوجيهي
 مثلث A
 مثلث B

ناخذ كل مثلثات
 ونفحصها ليزوا

15) برر: هل المثلثات في الشكل (و) متساوية متشابهة
 عوازيًا للمثلثات من المثلثات متساوية متشابهة
 متساوية؟ ابر اجابة



نعم، نوجه زوايا
 متساوية متشابهة (ملاحظة)
 متساوية متشابهة
 مع زوايا
 متساوية

التقدير هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يهبطه من نقطة

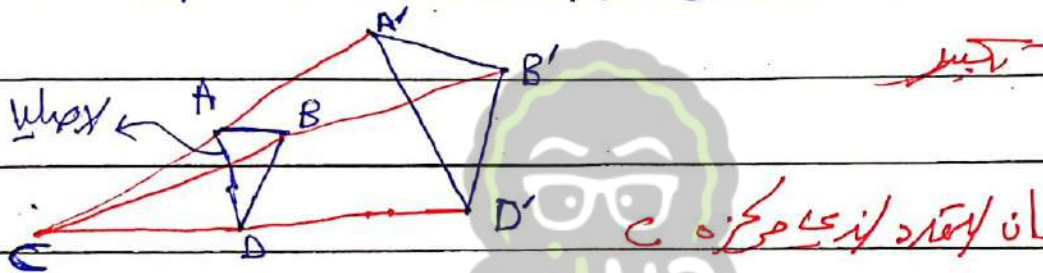
ثابتة C تسمى مركز التقدير ونسبة كمرجة

تسمى معامل التقدير وقيمتها K وهو نسبة احم

أطوال الصور إلى الأطوال المناظر له في الشكل الأصلي

مفهوم ٣ إذا كان التقدير الذي مركزه C ومعامله هو المعدل

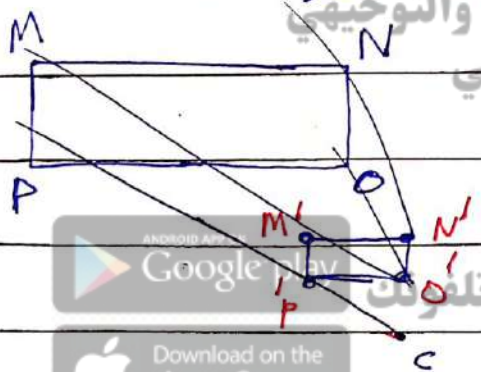
* (هو جيب K حيث $K \neq 1$ و $K > 1$ فان التقدير



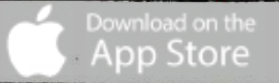
* إذا كان التقدير الذي مركزه C

معامله هو المعدل (هو جيب K

حيث $K \neq 1$ و $0 < K < 1$ فان التقدير تصغير



كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
على موقع دبرني

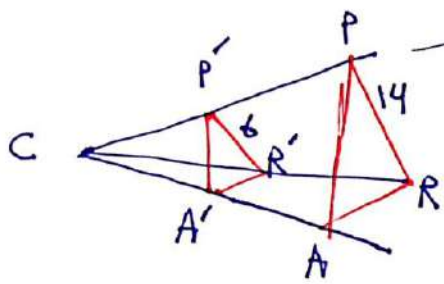


لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلوونك

راقبت ضابطي

مثال: حد معامل التقلد في كل ما يأتي بحسب التقلد ما اذا كان التقلد اكبر ام اصغر

①



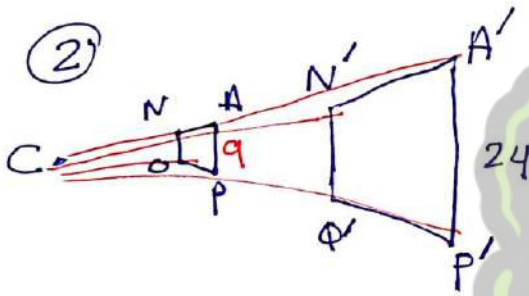
الحل:-

نأخذ نسبة طول احد الضلعين الى الطول المقابل له بالمثل المثلث

$$\frac{P'R'}{PR} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \quad \text{اقلامنا 1}$$

$$K = \frac{3}{7} \quad \text{التقلد اصغر}$$

②



الحل:-

$$\frac{A'P'}{AP} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} \quad \text{اكبر من 1}$$

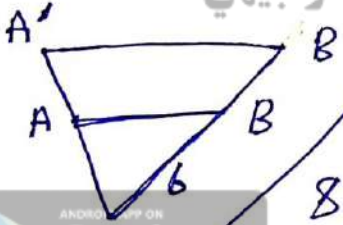
$$K = \frac{8}{3} \quad \text{التقلد اكبر}$$

كل ملفات الصفوف الاساسيه والتوجيهي

على موقع دبرني

التحقق من موقعنا

③



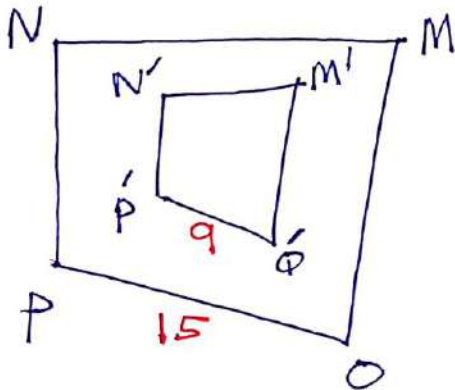
الحل:-

$$\frac{B'Q}{BQ} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad \text{اكبر من 1}$$

$$K = \frac{4}{3} \quad \text{اكبر}$$



④



الحل:-

$$\frac{P'Q'}{PO} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} \quad \text{اصغر من 1} \quad \text{اصغر}$$

②

Watermarkly

* يمكن إيجاد صورة النقطة $P(x, y)$ في مستوى الإحداثيات الناتج عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله K بتمديد إحداثيات النقطة بمعامل K

مفهوم أساسي

إيجاد إحداثيات صورة الناتج عن تمدد مركزه نقطة الأصل
اضرب الإحداثيين x و y بكل نقطة في الشكل لإحداثيين Kx و Ky

$$(x, y) \rightarrow (Kx, Ky)$$

امثلة: ΔPQR رؤوس $P(4, 4)$ و $Q(8, 0)$ و $R(6, -2)$ ϕ $\frac{1}{2}$
اضرب بيانياً وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل
ومعامله $\frac{1}{2}$

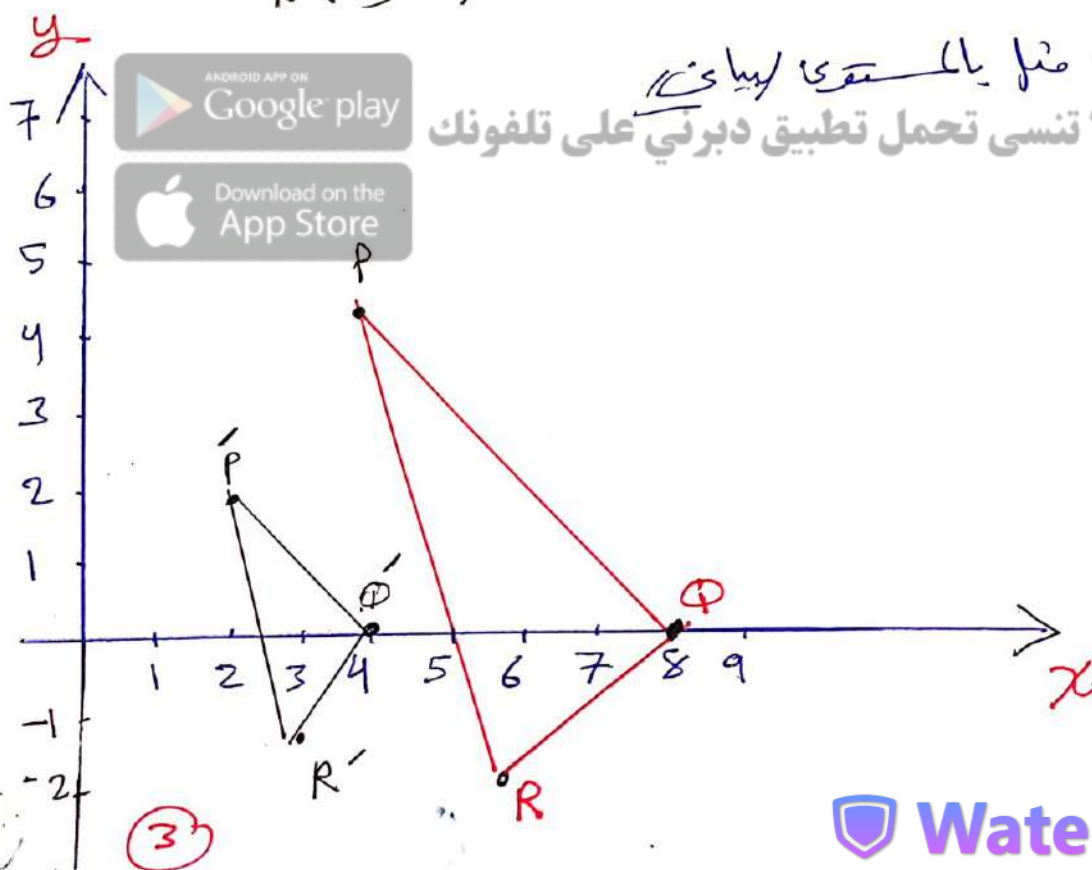
مثال

الخطوة (1) اضرب الإحداثيين x و y بكل $\frac{1}{2}$ في صيغة العدد $\frac{1}{2}$

الأصل

الصورة

$$\begin{aligned} P(4, 4) &\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} P'(2, 2) \\ Q(8, 0) &\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} Q'(4, 0) \\ R(6, -2) &\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} R'(3, -1) \end{aligned}$$



خطوة (2) : مثل بالستوى البياني

لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على هاتفك



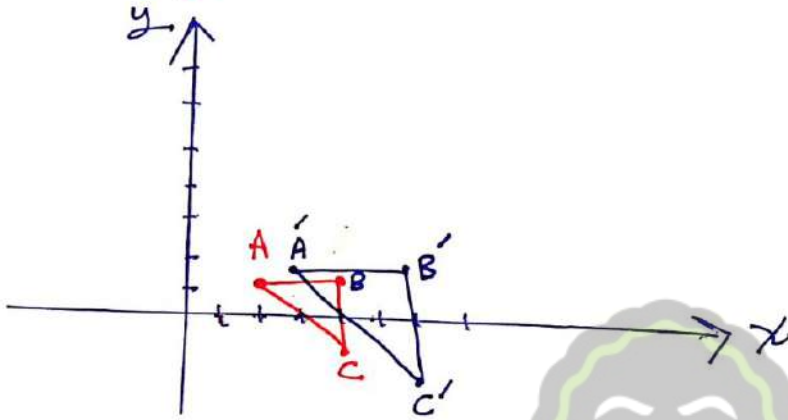
Watermarkly

٣) التحق من فهمنا
أحداثيات رؤوس ΔABC هي $A(2,1)$, $B(4,1)$, $C(4,-1)$ صيا
أمثل بياناً ΔPQR وهو صورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل
بمعامله 1.5

١٥٨
ص

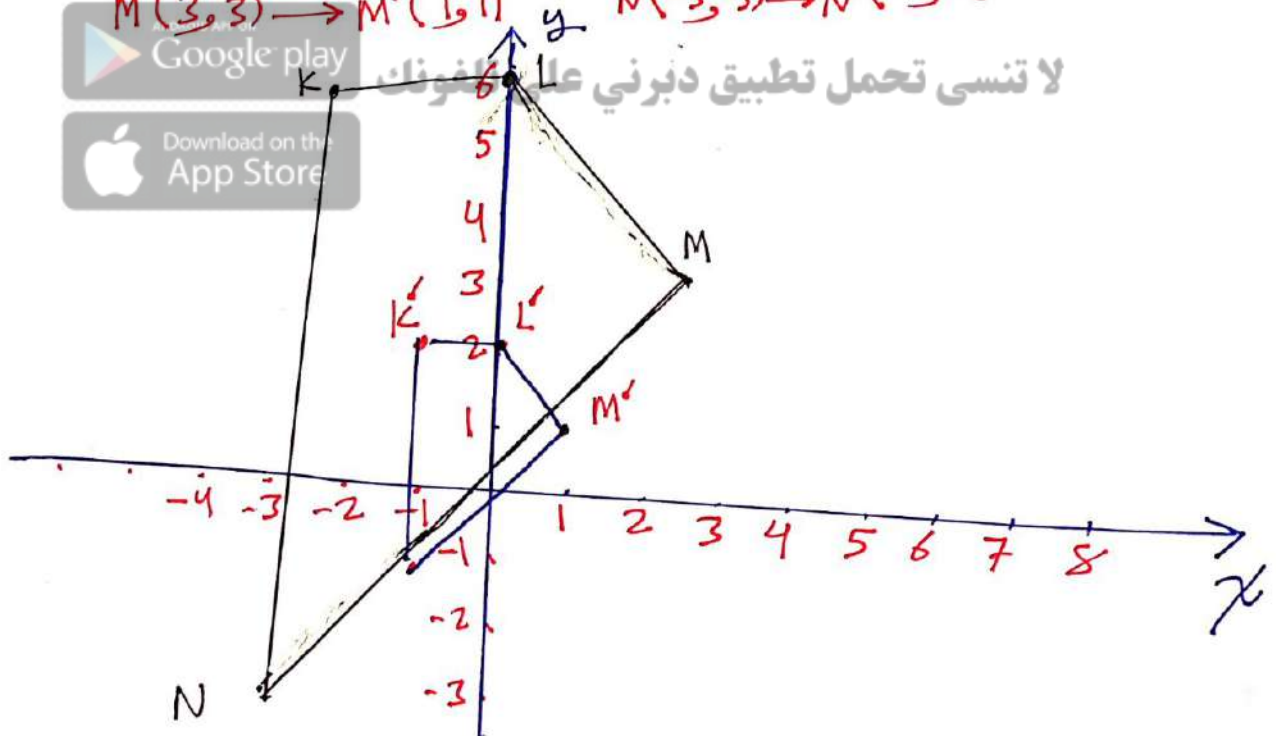
الحل :-

$$\begin{aligned} A(2,1) &\rightarrow A'(3,1.5) \\ B(4,1) &\rightarrow B'(6,1.5) \\ C(4,-1) &\rightarrow C'(6,-1.5) \end{aligned}$$



٤) أحداثيات رؤوس شكل الرباعي $KLMN$ هي $K(-3,6)$, $L(0,6)$, $M(3,3)$, و $N(-3,-3)$ صيا
أمثل بياناً ΔXYZ وهو صورة الناتجة عن تمدد
مركزه نقطة الأصل بـ $\frac{1}{3}$ معامل

$$\begin{aligned} K(-3,6) &\rightarrow K'(-1,2) & L(0,6) &\rightarrow L'(0,2) \\ M(3,3) &\rightarrow M'(1,1) & N(-3,-3) &\rightarrow N'(-1,-1) \end{aligned}$$



٤)

تعالماً سابقاً كيف اجد صورة شكل في المستوى الاصل تحت تاثير
 تعداد مركزه نقطة الاصل ومعامله موجب $K > 0$ ويمكن ايضاً
 ايجاد صورة شكل في المستوى الاصل تحت تاثير تعداد مركزه
 نقطة الاصل ومعامله سالب $K < 0$. باستعمال القاءة نفسها
 ان تعداد شكل في المستوى الاصل تحت تاثير معامل تعداد صفته $-K$
 صفة K عدد موجب ومركزه نقطة الاصل، موقف تعداد
 الشكل تحت تاثير تعداد معامل K مبنوياً بدوران مقدار 180°

التحقق من هذا
 اعداديات رؤوس ΔPQR هي :-
 $P(1, 2)$ و $Q(3, 1)$ و $R(1, -3)$
 و صورته الناتجة عن تعداد مركزه نقطة الاصل ومعامل -2

$$P(1, 2) \rightarrow P'(-2, -4)$$

$$Q(3, 1) \rightarrow Q'(-6, -2)$$

$$R(1, -3) \rightarrow R'(-2, 6)$$

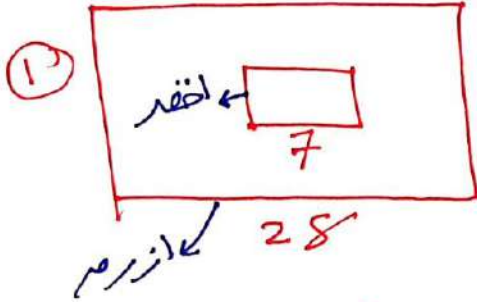
كل ملفات الصفوف الاساسية والنوحيه
 على موقع دبرني

لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

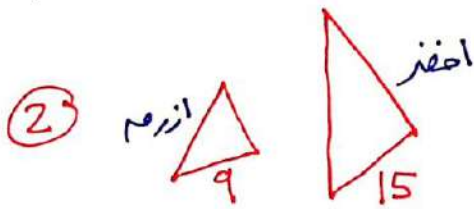


التدرب على مسائل
ص ١٥٨

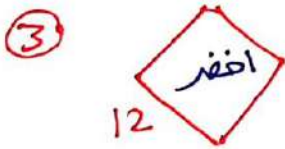
إذا كان الشكل باللو، الصغير صورة لكل
بالقوة الزمرة تحت تأثير مقدار مركزه C
فاجد معامل التحدد في كل مما يأتي ثم احدد
ما إذا كان التحدد كبير أم صغير واجد
متى التحدد



أقل من ١
تصغير $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ تصغير



أكبر من ١
تصغير $\frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ أكبر



أكبر من ١
تصغير $\frac{12}{6} = 2$ أكبر



أقل من ١
تصغير $\frac{2}{3}$ لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على هاتفك

انسخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعة، ثم ارسم صورة
له تحت تأثير مقدار مركزه نقطة الأصل، معكواً معامل
التحدد (مضاداً أو مثلاً)

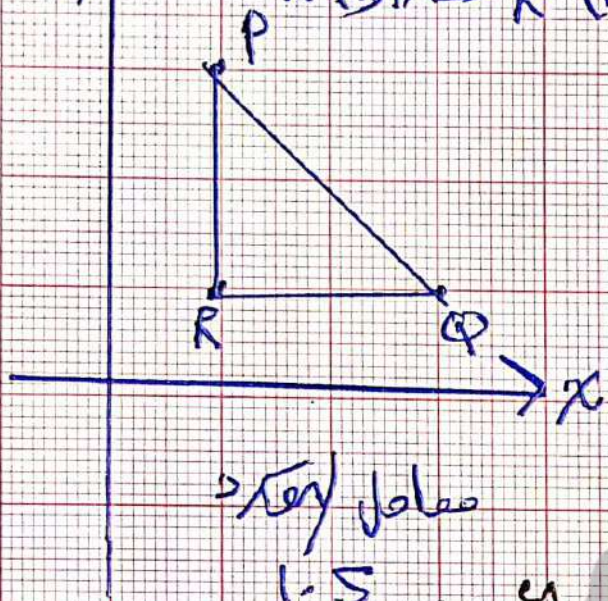
⑥

⑤

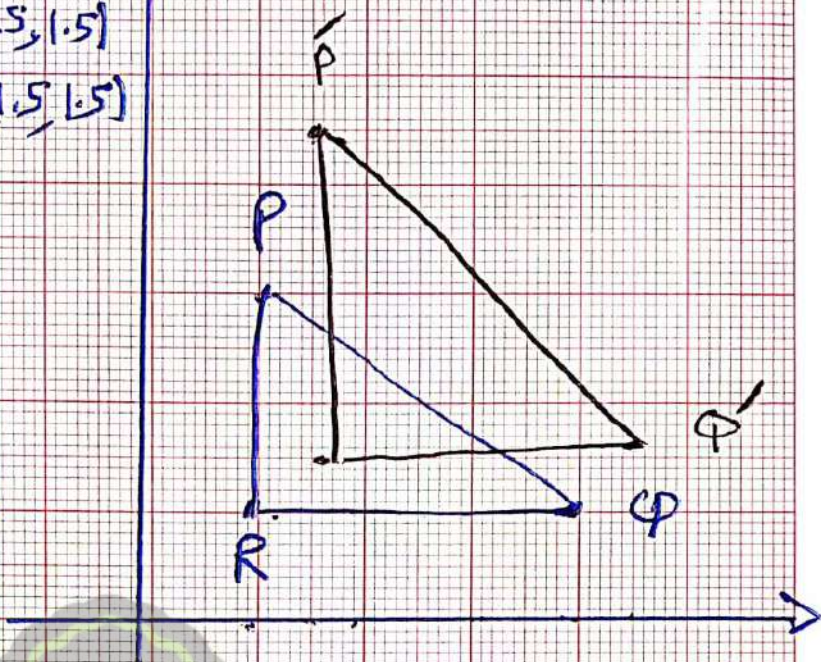
$$P(1,3) \rightarrow P'(1.5, 4.5)$$

$$\Phi(3,1) \rightarrow \Phi'(4.5, 1.5)$$

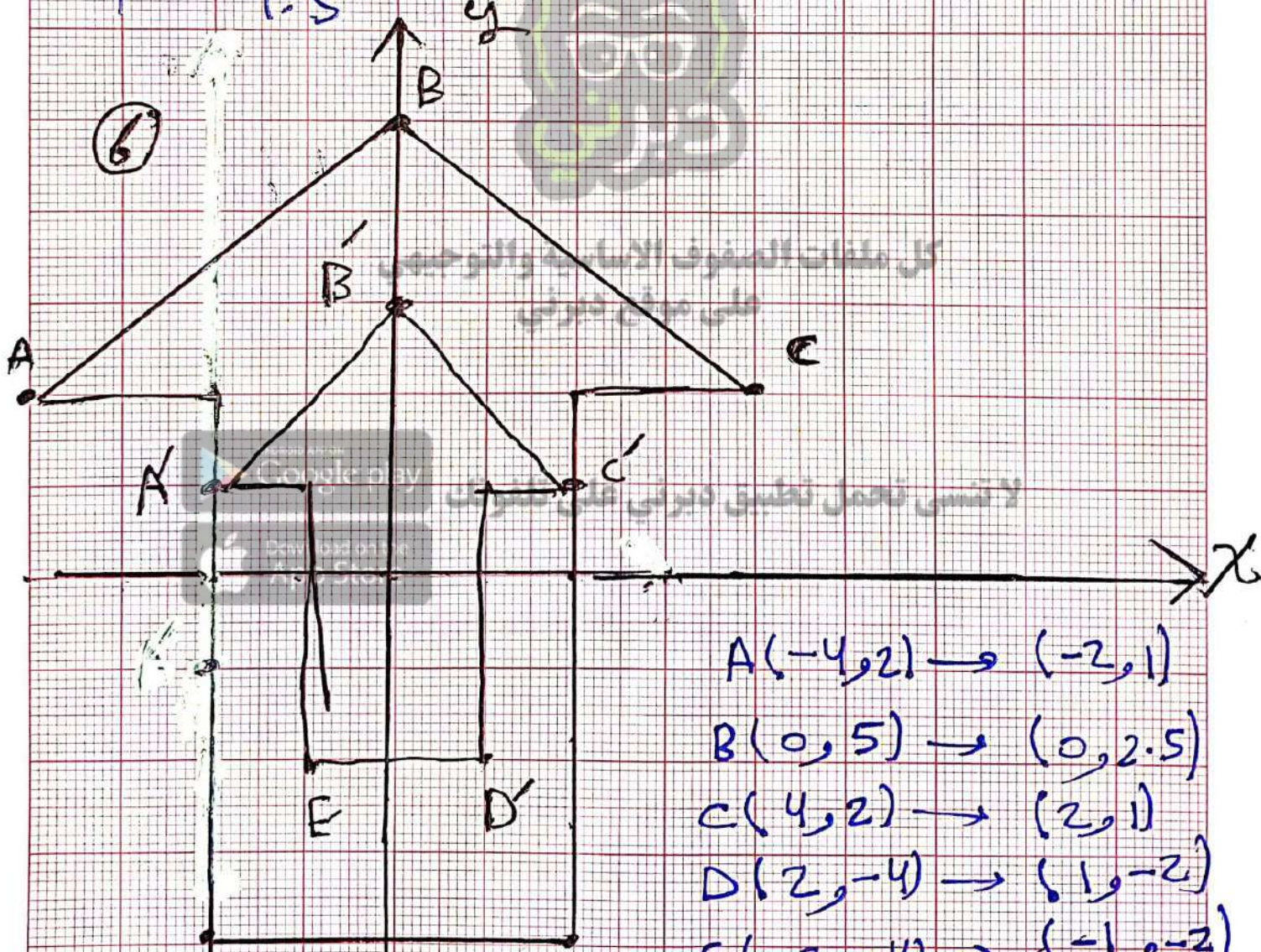
$$R(1,1) \rightarrow R'(1.5, 1.5)$$



معامل التمدد 1.5



⑥



$$A(-4,2) \rightarrow (-2,1)$$

$$B(0,5) \rightarrow (0,2.5)$$

$$C(4,2) \rightarrow (2,1)$$

$$D(2,-4) \rightarrow (1,-2)$$

$$E(-2,-4) \rightarrow (-1,-2)$$

⑥ معامل التمدد 0.5

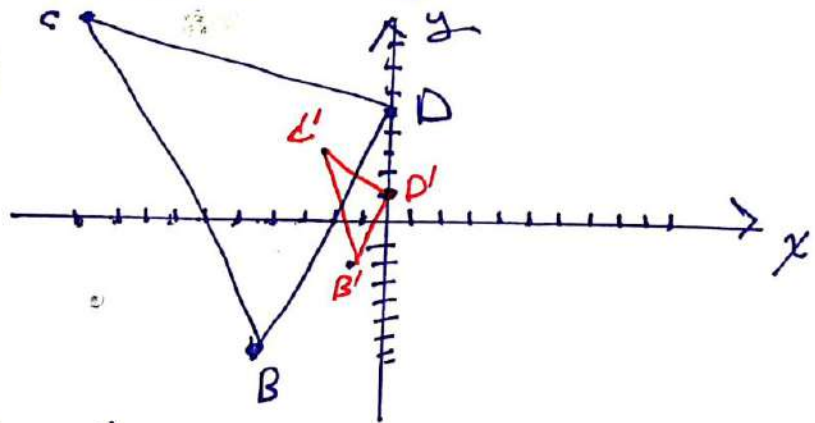
* امثل المضلع (مضلع) احداثياته R و S بيانياً ثم امثل صورته الناتجة عن مقدار مركزه نقطة لاصل ومعاملة العدد K في كل حال.

⑦ $B(-5, -10)$ و $C(-10, 15)$ و $D(0, 5)$ و $K = \frac{1}{5}$

$B(-5, -10) \rightarrow (-1, -2)$

$C(-10, 15) \rightarrow (-2, 3)$

$D(0, 5) \rightarrow (0, 1)$



⑧ $L(0, 0)$ و $M(-4, 1)$ و $N(-3, -6)$: $K = -4$

$L(0, 0) \rightarrow L'(0, 0)$

$M(-4, 1) \rightarrow M'(16, -4)$

$N(-3, -6) \rightarrow N'(12, 24)$

نرسم في مستوا دقيقتين/نقاط

⑨ $w(8, 2)$ و $x(6, 0)$ و $y(-6, 4)$ و $z(-2, 2)$ و $K = -\frac{1}{2}$

$w(8, 2) \rightarrow w'(-4, 1)$

$x(6, 0) \rightarrow x'(-3, 0)$

$y(-6, 4) \rightarrow y'(3, -2)$

$z(-2, 2) \rightarrow z'(1, -1)$

كل ملفات الصفوف الاساسية والتوجيهية على موقع دبرني

لا تنسى تحمل تطبيق دبرني على تلفونك

⑩ $x(-1, 2)$ و $y(2, 1)$ و $z(-1, -3)$ و $K = \frac{7}{2}$

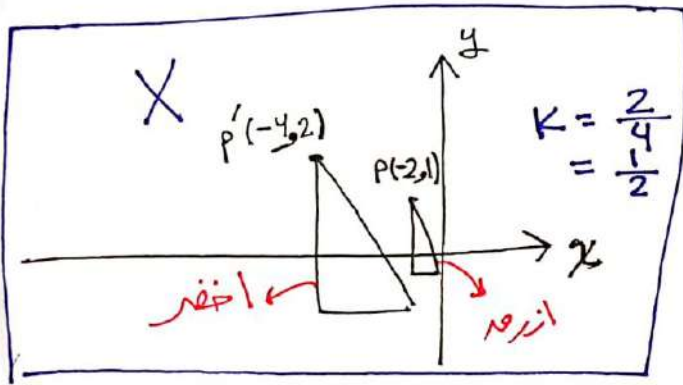
$x(-1, 2) \rightarrow x'(-\frac{7}{2}, 7)$

$y(2, 1) \rightarrow y'(7, \frac{7}{2})$

$z(-1, -3) \rightarrow z'(-\frac{7}{2}, -\frac{21}{2})$

نرسم ودقيقتين/نقاط

الكتشف الخطأ :- في الحل الآتي ، اوجد معادل انعكاس
 (11)
 - جعل مثلث لا حفر صورة للمثلث الأصلي تحت
 تأثير انعكاس مركزه نقطة الأصل . اكتشف الخطأ
 في حله واحد

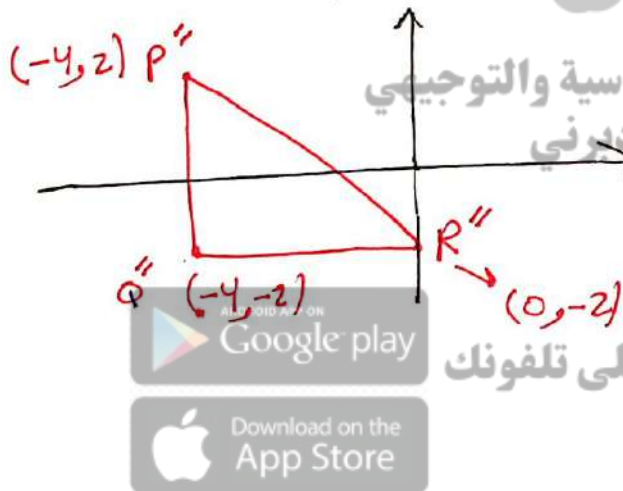


$$P(-2, 1) \rightarrow P'(-4, 2)$$

صنا معادل انعكاس 2

حيث قام معر بحساب نسبة
 طول احد اضلاع المثلث الأصلي الى طول
 الضلع المناظر له في الصورة

(12) تحذير: مثلث المبيخ في الشكل الآتي هو صورة لمثلث تحت تأثير
 تحويل هندسي: انعكاس معادل 2 ومركزه نقطة الأصل
 ثم انقلنا 2 حول المحور y ، حدد إحداثيات رؤوس
 المثلث الأصلي



كل ملفات الصفوف الأساسية والتوجيهي
 الحل :- الرؤوس قبل انعكاس على موقع دبرني

نقم على 2 ثم نعثر
 إشارة إحداثيات x

لا تنسى تحميل تطبيق دبرني على تلفونك

$P(2, 1)$
 $Q(2, -1)$
 $R(0, -1)$